Universidad del Norte - Examen Final de Cálculo III.

B

Nombre:____ **Fecha**: 22 de noviembre de 2017.

Duración: 80 minutos.

I. (10 puntos) Hallar el flujo del campo vectorial $\vec{F}(x,y,z) = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ a través de la superficie S, esto es:

$$\iint_S \vec{F} \bullet \vec{N} dS$$

Donde $\vec{N}$ es el vector unitario normal a S dirigido hacia arriba. $S: \quad z = 9 - x^2 - y^2, \quad z \geq 0.$

II. (10 puntos) Utilizar el **teorema de Green** para evaluar la integral de línea:

$$\int_c (\sin x \cos y)dx + (xy + \cos x \sin y)dy$$

C : Frontera de la región comprendida entre las gráficas de $y = x$ y $y = \sqrt{x}$.

III. (15 puntos) Considerando el campo vectorial $\vec{F}(x,y) = (y^2 - x)\hat{\imath} + 2xy\hat{\jmath}$.

a) (5 puntos) Determine si el campo $\vec{F}(x,y)$ es conservativo.

b) (5 puntos) Si $\vec{F}(x,y)$ resulta conservativo halle una función de potencial. En caso contrario indique que no aplica.

c) (5 puntos) Halle el trabajo $W = \int_c \vec{F} \bullet d\vec{r}$ realizado por el campo de fuerzas $\vec{F}(x,y)$ al desplazar un objeto desde el punto $(2,1)$ hasta el punto $(3,0)$.

IV. (15 puntos) Utilizar el **teorema de la divergencia** para hallar el flujo de $\vec{F}(x,y,z) = x^3\hat{\imath} + x^2y\hat{\jmath} + x^2e^y\hat{k}$ dirigido hacia el exterior, a través de la superficie del sólido acotado por las gráficas de las ecuaciones. $S: \quad z = 4 - y, z = 0, x = 0, x = 6, y = 0.$