Universidad del Norte - Examen Final de Cálculo III.

A

Nombre:____ **Fecha**: 29 de mayo de 2018.
Duración: 90 minutos.

I. (15 puntos) Utilizar el **teorema de Green** para evaluar la integral de línea:

$$\int_C 2xydx + (x+y)dy$$

C : Frontera de la región comprendida entre las gráficas de $y=0$ y $y=9-x^2$.
Sugerencia:

$$\int_C Mdx + Ndy = \iint\limits_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) dA$$

II. (15 puntos) Utilizar el **teorema de la divergencia** para hallar el flujo de $\vec{F}(x,y,z) = xe^z\hat{\imath} + ye^z\hat{\jmath} + e^z\hat{k}$ dirigido hacia el exterior, a través de la superficie del sólido acotado por las gráficas de las ecuaciones. $S:\quad z=4-y, z=0, x=0, x=6, y=0.$
Sugerencia:

$$\iint\limits_S \vec{F} \bullet \vec{N} dS = \iiint\limits_Q \operatorname{div}\vec{F} dV$$

III. (20 puntos) Evaluar $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r}$ utilizando el **teorema de la Stokes**, donde $\vec{F}x,y,z) = -y^2\hat{\imath} + z\hat{\jmath} + x\hat{k}$, siendo C: el triángulo orientado situado en el plano $4x+4y+z=8$, como se muestra en la figura. Sugerencia: $\int_C \vec{F} \bullet d\vec{r} = \iint\limits_S (\operatorname{rot}\vec{F}) \bullet \vec{N} dS.$