

## Departamento de Matemáticas

Parcial de Práctica 2-2019-2

Dr. Edgardo Álvarez Pardo

19 de septiembre de 2019

1. [1.0 pts] Encuentre una segunda solución a la ecuación diferencial

$$(x^2 + 4)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

si se sabe que  $y_1(x) = x^2 - 4$  es una solución.

2. [1.6 pts]

- a) [1.2 pts] Demuestre que  $\{1, x, \cos x, \sin x\}$  forma un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$y^{(4)} + y'' = 0, \quad I = (-\infty, \infty).$$

- b) [0.4 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial.

3. [1.6 pts] Un tanque está lleno de 100 litros de una solución salina que tiene una concentración inicial de  $1/5$  kg/L. Otra mezcla que contiene 1 kilogramo de sal por litro es bombeada al tanque a razón de 7 litros por minuto. La solución mezclada es bombeada hacia el exterior a razón de 8 litros por minuto.

- a) [0.2 pts] ¿Cuál es la cantidad inicial de sal que hay en el tanque?

- b) [0.2 pts] ¿Cuál es el volumen después de 20 minutos?

- c) [0.2 pts] ¿Cuál es el tiempo de vaciado del tanque?

- d) [0.6 pts] **Plantee** el problema de valor inicial que modela la cantidad de sal que hay en el tanque en el tiempo  $t$ .

- e) [0.4 pts] ¿Cuánta cantidad de sal hay en el tanque después de 20 minutos? ¿Cuál es la concentración en este instante?

4. [0.8 pts] Conteste verdadero (**V**) o falso (**F**) justificando (brevemente) sus respuestas al lado de cada inciso.

- a) [0.2 pts] El Teorema de Existencia y Unicidad asegura que el PVI  $(x + 1)y'' + x^2y' - y = 0$  con condiciones iniciales  $y(0) = 1$  y  $y'(0) = 0$  tiene solución única en  $I = (-1, 1)$  \_\_\_\_\_

- b) [0.2 pts] Dado que  $y_1 = \ln x$  es una solución de  $xy'' + y' = 0$ , se puede asegurar que otra solución es  $y_2 = x^3$  \_\_\_\_\_

- c) [0.2 pts] La ecuación diferencial  $y^{(4)} + 4y = 0$  tiene a lo más dos soluciones linealmente independientes \_\_\_\_\_

- d) [0.2 pts] Una solución particular de  $y'' + 4y = 12x^2 - 16$  es  $y_p = 3x^2 - 5$  \_\_\_\_\_