

**UNIVERSIDAD DEL NORTE**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADÍSTIA**  
**PRIMER PARCIAL DE CALCULO I**  
**201930**

**A**

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes o libros. Cualquier dispositivo electrónico, en particular su celular, debe permanecer apagado durante el examen. Puede usar su calculadora normal (no graficadoras). No acatar éstas órdenes será motivo de anulación del examen.

Nota: para obtener el máximo puntaje en cada pregunta, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada el procedimiento completo** que permite llegar a la respuesta.

**Duración: 90 minutos.**

**El primer punto del examen evaluará los siguientes resultados de aprendizaje:**

**Transforma** la representación simbólica de una relación funcional (algebraica y/o trascendente) a una representación gráfica o a una representación numérica.

**Bosqueja** de forma clara las gráficas de relaciones funcionales básicas: lineales, cuadráticas, racionales algebraicas y trascendentes.

**Realiza** de forma organizada operaciones algebraicas y de composición con relaciones funcionales (algebraicas y/o trascendentes).

**Deduca** de manera coherente y lógica el dominio y las imágenes de una relación funcional (algebraica o trascendente) a partir de cualquiera de sus representaciones: simbólica, grafica o numérica.

**Identifica** cuando una relación funcional de una variable es invertible

**Calcula** analíticamente, cuando es posible, la inversa de funciones algebraicas y trascendentes sencillas.

**Expresa** gráficamente, usando ejemplos específicos, las relaciones entre la función y su inversa

**El segundo punto del examen evaluará los siguientes resultados de aprendizaje**

**Establece** el impacto sobre la representación gráfica o algebraica de una relación funcional de transformaciones rígidas y/o no rígidas (Traslaciones verticales y horizontales, reflexiones sobre los ejes, comprensiones y estiramientos verticales y horizontales)

**Usa** las funciones trascendentes para modelar situaciones problemas en contextos geométricos, de las ciencias naturales o de las ciencias sociales y económicas

**El tercer punto del examen evaluará los siguientes resultados de aprendizaje**

**Bosqueja** la gráfica de funciones racionales usando los conceptos de asíntota vertical, horizontal y oblicua cuando sea pertinente.

**Identifica** funciones pares, impares e inyectivas y su correspondiente propiedad grafica

1. Dada la función  $y = f(x) = x^2 - 2x + 2$  ( Valor 2.5 puntos)
  - a. Dibuje la grafica de  $f$ . *Establezca su dominio y su rango*. En la grafica además del vértice se deben especificar dos puntos más, uno en la rama izquierda de la parábola y otro en la rama derecha.
  - b. Restringiendo el dominio de  $f$ , defina una nueva función  $g$  que sea 1 a 1 y que tenga el mismo rango de  $f$  y cuya grafica corresponda a la rama **izquierda** de la parábola.
  - c. Hallar la inversa de  $g$
  - d. Trazar en un mismo plano cartesiano las graficas de  $g$  y  $g^{-1}$
  - e. Comprobar que  $(g \circ g^{-1})(x) = x$  para todo  $x \in \text{dom}(g^{-1})$
2. Resuelva
  - a. **Encuentre la ecuación de la gráfica final** después que las transformaciones dadas se aplican a la gráfica de  $y = f(x)$ . La gráfica de  $f(x) = (x + 2)^{\frac{1}{2}}$  estirada verticalmente por un factor de 4 unidades , luego desplazada 2 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo (Valor 0.5 puntos)
  - b. Un modelo exponencial para el número de bacterias en un cultivo en el instante  $t$  está dado por  $P(t) = P_0 e^{kt}$ , donde  $P_0$  es la población inicial y  $k > 0$  es la constante de crecimiento. Después de 4 horas se observa que el número inicial de bacterias se ha duplicado. Encuentre el modelo de crecimiento exponencial  $P(t)$ , es decir (Valor 0.5 puntos)
3. Proporcione una función racional que satisfaga las condiciones dadas. Argumente su solución. (Valor 1.5 puntos)
  - a. Asíntotas verticales  $x = 1$ ,  $x = -1$ , asíntota horizontal  $y = 2$  y que sea par
  - b. Asíntota oblicua  $y = x + 4$ , asíntota vertical  $x = 2$ .
  - c. Dibuje la grafica de la función obtenida en el inciso a)

**UNIVERSIDAD DEL NORTE**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS Y ESTADÍSTIA**  
**PRIMER PARCIAL DE CALCULO I**  
**201930**  
**B**

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes o libros. Cualquier dispositivo electrónico, en particular su celular, debe permanecer apagado durante el examen. Puede usar su calculadora normal (no graficadoras). No acatar éstas órdenes será motivo de anulación del examen.

Nota: para obtener el máximo puntaje en cada pregunta, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada el procedimiento completo** que permite llegar a la respuesta.

**Duración: 90 minutos.**

**El primer punto del examen evaluará los siguientes resultados de aprendizaje:**

**Transforma** la representación simbólica de una relación funcional (algebraica y/o trascendente) a una representación gráfica o a una representación numérica.

**Bosqueja** de forma clara las gráficas de relaciones funcionales básicas: lineales, cuadráticas, racionales algebraicas y trascendentes.

**Realiza** de forma organizada operaciones algebraicas y de composición con relaciones funcionales (algebraicas y/o trascendentes).

**Deduca** de manera coherente y lógica el dominio y las imágenes de una relación funcional (algebraica o trascendente) a partir de cualquiera de sus representaciones: simbólica, grafica o numérica.

**Identifica** cuando una relación funcional de una variable es invertible

**Calcula** analíticamente, cuando es posible, la inversa de funciones algebraicas y trascendentes sencillas.

**Expresa** gráficamente, usando ejemplos específicos, las relaciones entre la función y su inversa

**El segundo punto del examen evaluará los siguientes resultados de aprendizaje**

**Establece** el impacto sobre la representación gráfica o algebraica de una relación funcional de transformaciones rígidas y/o no rígidas (Traslaciones verticales y horizontales, reflexiones sobre los ejes, comprensiones y estiramientos verticales y horizontales)

**Usa** las funciones trascendentes para modelar situaciones problemas en contextos geométricos, de las ciencias naturales o de las ciencias sociales y económicas

**El tercer punto del examen evaluará los siguientes resultados de aprendizaje**

**Bosqueja** la gráfica de funciones racionales usando los conceptos de asíntota vertical, horizontal y oblicua cuando sea pertinente.

**Identifica** funciones pares, impares e inyectivas y su correspondiente propiedad grafica

1. Dada la función  $y = f(x) = x^2 - 2x + 2$  ( Valor 2.5 puntos)
  - a. Dibuje la grafica de  $f$ . *Establezca su dominio y su rango*. En la grafica además del vértice se deben especificar dos puntos más, uno en la rama derecha de la parábola y otro en la rama izquierda.
  - b. Restringiendo el dominio de  $f$ , defina una nueva función  $g$  que sea 1 a 1 y que tenga el mismo rango de  $f$  y cuya grafica corresponda a la rama **derecha** de la parábola.
  - c. Hallar la inversa de  $g$
  - d. Trazar en un mismo plano cartesiano las graficas de  $g$  y  $g^{-1}$
  - e. Comprobar que  $(g^{-1} \circ g)(x) = x$  para todo  $x \in \text{dom}(g^{-1})$
2. Resuelva
  - a. **Encuentre la ecuación de la gráfica final** después que las transformaciones dadas se aplican a la gráfica de  $y = f(x)$ . La gráfica de  $f(x) = (x - 2)^{\frac{1}{2}}$  estirada verticalmente por un factor de 4 unidades , luego desplazada 2 unidades a la **izquierda** y 3 unidades hacia **arriba** (Valor 0.5 puntos)
  - b. Un modelo exponencial para el número de bacterias en un cultivo en el instante  $t$  está dado por  $P(t) = P_0 e^{kt}$ , donde  $P_0$  es la población inicial y  $k > 0$  es la constante de crecimiento. Después de 3 horas se observa que el número inicial de bacterias se ha duplicado. Encuentre el modelo de crecimiento exponencial  $P(t)$ , es decir encuentre el valor de  $k$  y remplace en el modelo (Valor 0.5 puntos)
3. Proporcione una función racional que satisfaga las condiciones dadas. Argumente su solución. (Valor 1.5 puntos)
  - a. Asíntotas verticales  $x = 2$ ,  $x = -2$ , asíntota horizontal  $y = 3$  y que sea par
  - b. Asíntota oblicua  $y = x + 3$ , asíntota vertical  $x = 2$ .
  - c. Dibuje la grafica de la función obtenida en el inciso a)