

Universidad del Norte
Departamento de Matemáticas
Examen Parcial 2 - Cálculo 3

A

Instrucciones generales: Lea el cuestionario con cuidado y responda todas las preguntas en la hoja cuadriculada asignada. Durante el examen no está permitido: Hablar con sus compañeros. Prestar algún material a sus compañeros. El uso de calculadoras que involucren lenguaje simbólico, notas de clases, textos, ni aparatos electrónicos. El uso o posesión de un celular, esto es causal de anulación. El tiempo máximo para realizar el examen es de 90 minutos.

Problema 1

(16 Puntos) Cerca de una boya, la profundidad de un lago en el punto con coordenadas (x, y) está dada por

$$z = f(x, y) = 200 - 0,02x^2 - 0,001y^3,$$

donde x, y y z se miden en metros. Un pescador en un pequeño bote comienza en el punto $(80, 60)$ y avanza hacia la boya, que está situada en $(0, 0)$. ¿El agua bajo el bote se hace más profunda o menos profunda cuando arranca? Explique.

Problema 2

(17 Puntos) La temperatura de un punto (x, y) es $T(x, y)$ medida en grados Celsius. Una hormiga camina de tal manera que su posición después de t segundos está dada por

$$r(t) = (x(t), y(t)),$$

donde

$$x(t) = \sqrt{1+t}, \quad y(t) = 2 + \frac{1}{3}t$$

y $x(t), y(t)$ están medidos en centímetros. La función temperatura satisface las ecuaciones

$$\frac{\partial T}{\partial x}(2, 3) = 4 \quad \text{y} \quad \frac{\partial T}{\partial y}(2, 3) = 3.$$

¿Qué tan rápido crece la temperatura en el camino de la hormiga cuando $t = 3$?

Problema 3

(17 Puntos) Determine los extremos locales de la siguiente función y clasifíquelos.

$$f(x, y) = e^{y^2-x^2}(x^2 + y^2).$$