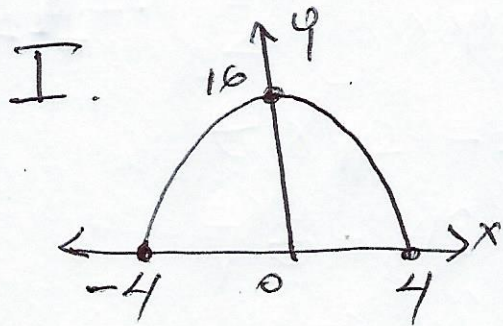


B

Solución - Examen final 29/05/2018



En este caso $M(x,y) = 2xy$,

$$N(x,y) = x + y$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 1, \frac{\partial M}{\partial y} = 2x. \text{ Los puntos}$$

de corte de la parábola con el eje x son $(-4, 0)$ y $(4, 0)$.

$$\left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) = 1 - 2x.$$

$$\int_C 2xy dx + (x+y) dy = \int_{-4}^4 \int_0^{16-x^2} (1-2x) dy dx = \int_{-4}^4 (y - 2xy) \Big|_0^{16-x^2}$$

$$= \int_{-4}^4 (16 - 32x - x^2 + 2x^3) dx = \frac{256}{3} = 85.3.$$

Rúbrica: 5 puntos: Puntos de corte y derivadas parciales
5 puntos: Plantear bien las integrales.
5 puntos: Resolver correctamente los integrales.

B

$$\text{II. } z = g(x, y) = 6 - 2x - 2y$$

$$G(x, y, z) = z - g(x, y) = 2x + 2y + z - 6$$

$$\vec{\nabla} G = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -y^2 & z & x \end{vmatrix} = -\hat{i} - \hat{j} + 2y\hat{k}$$

$$(\text{rot } \vec{F}) \cdot \vec{\nabla} G = -2 - 2 + 2y = -4 + 2y$$

$$\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S (\text{rot } \vec{F}) \cdot \vec{N} \, dS = \iint_R (\text{rot } \vec{F}) \cdot \vec{\nabla} G \, dA$$

$$= \int_0^3 \int_0^{3-x} (2y - 4) \, dy \, dx = \int_0^3 (y^2 - 4y) \Big|_0^{3-x} \, dx$$

$$= \int_0^3 (-3 - 2x + x^2) \, dx = -3x - x^2 + \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 =$$

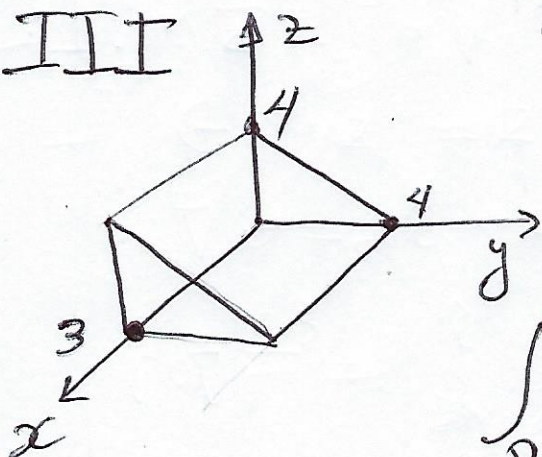
$$-9 - 9 + 9 = -9$$

Rúbrica: 5 puntos: Hallar el rotacional
10 puntos: Plantear bien las integrales
5 puntos: Resolver correctamente las integrales.

B

$$\operatorname{div} \vec{F}(x,y,z) = e^z + e^z + e^z = 3e^z$$

III



$$\iint_{\partial Q} \vec{F} \cdot \vec{N} \, ds = \iiint_Q \operatorname{div} \vec{F} \, ds$$

$$\int_0^3 \int_0^{4-y} \int_0^{4-y} 3e^z \, dz \, dy \, dx = \int_0^3 \int_0^4 3e^z \Big|_0^{4-y} \, dy \, dx$$

$$= \int_0^3 \int_0^4 (3e^{4-y} - 3e^0) \, dy \, dx = \int_0^3 \int_0^4 3(e^{4-y} - 1) \, dy \, dx$$

$$= 3 \int_0^3 (-e^{-y}) \Big|_0^4 \, dx = 3 \int_0^3 ((-e^{-4}) - (-e^{-0})) \, dx$$

$$= 3 \int_0^3 ((-1-4) + e^4) \, dx = 3 \int_0^3 (-5 + e^4) \, dx$$

$$= 3(-5x + e^4 x) \Big|_0^3 = 3[(-15 + 3e^4) - (0 + 0)]$$

$$= 9(-5 + e^4) \approx 446.4$$

Rubrica: 5 puntos: Hallar la divergencia
 5 puntos: plantear bien las integrales
 5 puntos: Resolver correctamente las integrales.