1) $r'(t) = \langle 4t\,\text{sen}\,t,\ 4t\cos t,\ 3t\rangle$

$r'(2\pi) = \langle 0,\ 8\pi,\ 6\pi\rangle$

$r(2\pi) = \langle -8\pi,\ 4,\ 6\pi^2\rangle$

Recta tangente en $t = 2\pi$ es

a) $\boxed{\langle -8\pi,\ 4,\ 6\pi^2\rangle + t\langle 0, 8\pi, 6\pi\rangle = \langle x, y, z\rangle}$

$|r'(t)| = |5t|$

$T(t) = \frac{1}{5}\langle 4\,\text{sen}\,t,\ 4\cos t,\ 3\rangle$

$T'(t) = \frac{1}{5}\langle 4\cos t,\ -4\,\text{sen}\,t,\ 0\rangle$

$|T'(t)| = \frac{4}{5}$

$k = \frac{|T'(t)|}{|r'(t)|} = \frac{4/5}{|5t|} = \left|\frac{4}{25t}\right|$ b) $\boxed{k(t=2\pi) = \frac{2}{25\pi}}$

Longitud de arco $0 \le t \le 4\pi$ c)

$\int_0^{4\pi} |r'(t)|\,dt = \int_0^{4\pi} 5t\,dt = \frac{5t^2}{2}\Big|_0^{4\pi} = \boxed{40\pi^2}$

Parametrización por longitud de arco

$$s(t) = \int_0^t |r'(t)|dt = \int_0^t 5t\,dt = \frac{5t^2}{2}$$

d) $\Rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{2s}{5}}}.$

Remplazando $r(s)$ se obtiene la parametrización por longitud de arco.

---

a) Calcula $r'(t)$ +1

Calcula $r'(2\pi)$ +1

Calcula $r(2\pi)$ +2

b) Escribe la definición de curvatura +1

Calcula $|r'(t)|$ +1

Calcula $T(t)$ +1

Calcula $T'(t)$ +1

c) Escribe la ecuación de longitud de arco +2

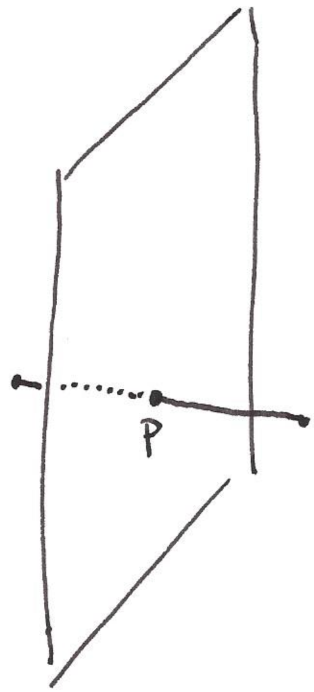
d) Halla $s(t)$ +3

Despeja t en términos de s +2

Remplaza $t(s)$ en $r(t(s))$ +1.

2

<u>Solución 1</u> El plano para por el punto medio y es perpendicular al vector que une a los puntos.



- Punto medio P

$$P = \left\langle \frac{1-2}{2}, \frac{2+4}{2}, \frac{-3+6}{2} \right\rangle$$

$$= \left\langle -\frac{1}{2}, 3, \frac{3}{2} \right\rangle$$

- Vector

$$V = \langle 1-(-2), 2-4, -3-6 \rangle$$

$$= \langle 3, -2, -9 \rangle$$

Ecuación del plano

$$3\left(x-(-\tfrac{1}{2})\right) - 2(y-3) - 9\left(z-\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$3x + \frac{3}{2} - 2y + 6 - 9z + \frac{27}{2} = 0$$

$$\boxed{3x - 2y + 9z + 21 = 0}$$

Solución 2 Son los puntos (x,y,z) que están a la misma distancia de $(1,2,-3)$ y de $(-2,4,6)$.

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=(x+2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2$$

$$-2x+1-4y+4+6z+9=4x+4-8y+16-12z+36$$

$$14=6x-4y-18z+56$$

$$0=6x-4y-18z+42$$

$$\boxed{0=3x-4y-9z+21}$$

---

1) Halla el punto medio $+4$ pts

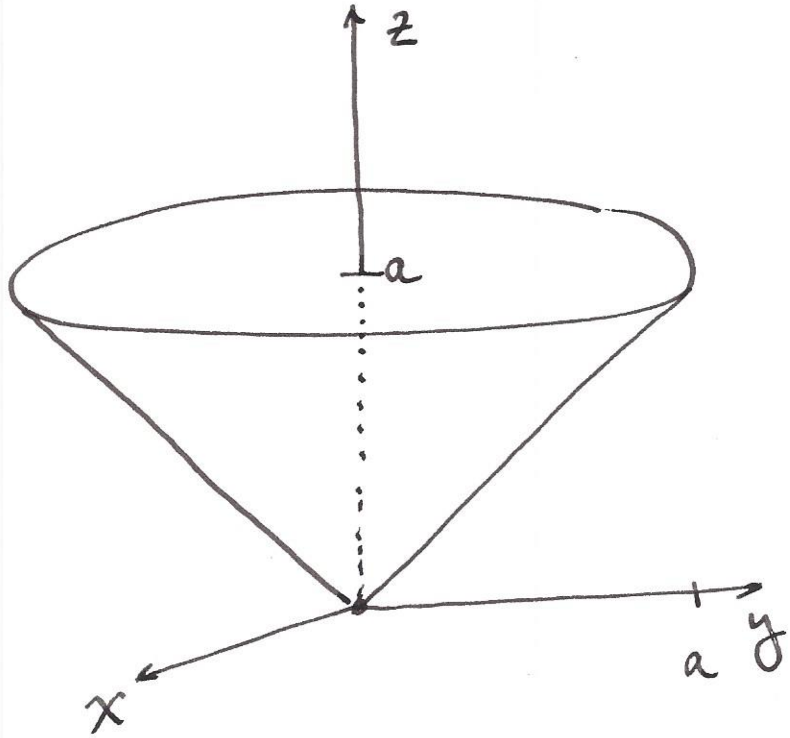
Halla el vector $\vec{v}$ $+4$ pts

$\left.\begin{array}{l}\text{Escribe la ecuación del plano} \\ \text{con } P \text{ ó con } \vec{v}\end{array}\right\}$ 3 pts.

2) $\left.\begin{array}{l}\text{Escribe la ecuación de distancias} \\ \text{iguales}\end{array}\right\}$ $+8$ pts

$\left.\begin{array}{l}\text{Despeja y los elementos cuadráticos} \\ \text{se cancelan}\end{array}\right\}$ $+5$ pts

3



- La figura dibujada contiene a los ángulos $0 \le \theta \le 2\pi$ } 3 pts
- La figura dibujada tiene al cono $r = z$ (ó $\phi = \pi/2$) } 5 pts
- La figura dibujada tiene al plano $z = a$ (ó $\rho = 2$) } 3 pts
- La figura dibujada hace referencia al solido que esté arriba del cono } 2pts.