



Departamento de Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales

Taller 1

29 de enero de 2022

1. Resolver los siguientes ejercicios del texto guía. Allí se indica primero la Sección y después de los dos puntos los ejercicios sugeridos:

- a) 1.1: 1-36, 43, 44.
- b) 1.2: 1-30.
- c) 2.3: 1-36.
- d) 2.4: 1-20, 25-38, 42.
- e) 2.5: 1-22.

2. Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales.

- a) $\sin(y') - y' = x + 3$.
- b) $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 = x^2 + \ln x$.
- c) $\frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx}\right) + x^2y = 0$.
- d) $u_{ttt} + au_{xx} = 0$.

3. Determine la región R que contiene al punto (x_0, y_0) donde se garantiza para el PVI

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

la existencia y unicidad de soluciones en cada uno de los siguientes casos:

- a) $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{1 - x^2}}$.
- b) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y}}$.

c) $f(x, y) = \ln(x^2 - y^2)$.

d) $f(x, y) = \sqrt{\frac{1-x}{y-x}}$.

4. Resuelva las siguientes ecuaciones homogéneas.

a) $(3y^2 + 4xy - x^2)dx - (2x^2 + 2xy)dy = 0$.

b) $(x^3 - x^2y - 10xy^2 - 3y^3)dx + (3xy^2 + 7x^2y)dy = 0$.

c) $[4x \cos(y/x) - 3x \sin(y/x) - y]dx + xdy = 0$.

d) $x(2y^4 - x^4)\frac{dy}{dx} = y(y^4 - x^4)$.

e) $y(\ln x - \ln y)dx = (x \ln x - x \ln y - y)dy$.

5. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli.

a) $\frac{dy}{dx} + \frac{6}{x^2 - 1}y = \frac{3(x+1)}{(x-1)\sqrt{x^2+1}}y^{2/3}$.

b) $-2\frac{dy}{dx} + (\ln x)y = \ln x \left[\frac{2}{x} + (\ln x)^2 \right] y^3$.

c) $(x^2 + 1)\sqrt{y}\frac{dy}{dx} = xe^{3x/2} + (1 - x^2)y\sqrt{y}$.

6. Considere las siguientes ecuaciones diferenciales:

a) $(y^2 + 2xy)dx - x^2dy = 0$.

b) $(2xy + 2y^3)dx + (3x^2 + 10xy^2)dy = 0$.

c) $(y + \cos^2 x)dx + (\frac{3}{2}x + xy + \frac{1}{2} \sin x \cos x)dy = 0$.

1) Demuestre que no son exactas.

2) Halle un factor integrante.

3) Halle la solución general en cada caso.

7. Las siguientes ecuaciones diferenciales tienen un factor integrante de la forma $\mu(x, y) = x^a y^b$. Halle los valores exactos de a y b . Halle la solución general.

a) $(2x^2y + y^2)dx + (2x^3 - xy)dy = 0$.

b) $x(4y dx + 2x dy) + y^3(3y dx + 5x dy) = 0$.

8. Halle la solución de cada uno de los siguientes problemas de valor inicial

a) $(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2y = (x + 1)^2, \quad y(0) = 1$.

b) $\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$.

c) $ydx + x(\ln x - \ln y - 1)dy = 0, \quad y(1) = e$.