

Departamento de Matemáticas  
Ecuaciones Diferenciales

Taller 3

16 de octubre de 2019

1. Halle la solución de

a)  $2y''' - y'' + 18y' - 9y = 0$ .

b)  $y''' - 2y'' - 2y' - 3y = 0$ .

c)  $y''' - 2y'' - 3y' = 0$ .

d)  $y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0$ .

e)  $y^{(4)} - 16y = 0$ .

f)  $y^{(4)} + 16y = 0$ .

g)  $y'' + 4y' + 5y = 0$  con  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 0$ .

h)  $y^{(6)} + 8y^{(4)} + 16y'' = 0$ .

2. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de coeficientes indeterminados.

a)  $y''' - y'' = 2 - 6x$ .

b)  $y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}$ .

c)  $y'' - 2y' + y = e^x + e^{2x}$ . (Resp/  $y = \frac{1}{2}x^2e^x + e^{2x}$ .)

d)  $y'' + 4y = \sin x$ .

e)  $y^{(3)} + y'' = 3e^x + 4x^2$ .

f)  $y^{(4)} + 3y'' - 4y = \sin 2x + 6e^{3x}$ .

3. Halle LA FORMA de la solución particular de las siguientes ecuaciones diferenciales.

a)  $y'' - 9y' + 14y = 3x^2 - 5 \sin 2x + 7xe^{6x}$ .

b)  $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$ .

c)  $y^{(4)} + y'' = 3x^2 - 2x + \cos x + \sin 2x$ .

d)  $y^{(4)} - 4y''' + 8y'' = 5x^3 + x^2 + 1 + e^{2x} \cos 2x + e^x \sin 2x$ .

4. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de variación de parámetros.

a)  $y'' - y = \sec^3 x - \sec x$ . (Resp/  $y = Ae^x + Be^{-x} + \frac{1}{2} \sec x$ .)

b)  $y''' + y' = \tan x$

5. Resuelva las ecuaciones de Cauchy-Euler.

a)  $x^4 y^{(4)} + 6x^3 y''' + 9x^2 y'' + 3xy' + y = 0$ .

b)  $2x^2 y'' + 5xy' + y = x^2 - x$ .

c)  $x^2 y'' + xy' - y = \frac{1}{x+1}$ .

d)  $x^3 y''' - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = 3 + \ln x^3$ .

6. Halle la solución en cada de cada una de la siguientes ecuaciones diferenciales dado que  $y_1$  es una solución de la homogénea asociada.

a)  $x^2 y'' - xy' - 3y = x^2$ ,  $y_1(x) = x^3$ .

b)  $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 6(x^2 + 1)^2$ ,  $y_1(x) = x$ .

c)  $x \frac{d^2 y}{dx^2} - (x+3) \frac{dy}{dx} + 3y = 4x^4 e^x$ ,  $y_1(x) = e^x$ .

d)  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = x^{3/2} \cos x$ ,  $y_1(x) = x^{-1/2} \cos x$ .

e)  $(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2 - 1)^2$ ,  $y_1(x) = x$ .

f)  $y'' + (\tan x)y' - 6(\cot^2 x)y = \cos^2 x$ ,  $y_1(x) = 2 \sin^3 x$ .

g)  $(x^4 - x^2)y'' - (3x^3 - x)y' + 8y = (x^2 - 1)^2$ ,  $y_1(x) = x^4$ .

h)  $(x^4 + x^2)y'' - (x^3 - x)y' - 4y = (x^2 + 1)^2$ ,  $y_1(x) = x^2$ .

i)  $y'' - (2 \tan x)y' + 3y = 2 \sec x$ ,  $y_1(x) = \sin x$ .

j)  $(x^2 + 1)^2 y'' - 4x(x^2 + 1)y' + 6(x^2 - 2)y = (x^2 + 1)^3 e^x$ ,  $y_1(x) = x^2 + 1$ .

k)  $(x^2 - 3)^2 y'' - 4x(x^2 - 3)y' + (6x^2 + 6)y = \frac{(x^2 - 3)^3}{x^2}$ ,  $y_1(x) = 3x - x^3$ .

l)  $x^2 y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = x^3 - 2x^4$ ,  $y_1(x) = x$ .

m)  $x(x+2)y'' - (3x+8)y' + \frac{4x+12}{x}y = x^4 e^{2x}$ ,  $y_1(x) = x^2$ .

n)  $(x^2 + 4)y'' - 2xy' + 2y = \frac{(x^2 + 4)^2}{x^2}$ ,  $y_1(x) = x^2 - 4$ .

7. Halle la solución general de la ecuación

$$xy'' - 2(x+1)y' + (x+2)y = x^3 e^{2x}$$

para  $x > 0$ , si se sabe que una solución de la ecuación homogénea es de la forma  $y_1 = e^{rx}$ . (Ayuda: Halle el valor o valores exacto(s) de  $r$ ).