Ejercicios del texto guia sugeridos para el primer parcial.

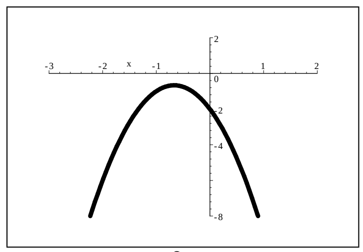
Ejercicios relativos a dominio, recorrido, representación gráfica e intersecciones de funciones.

1. En los siguientes ejercicios, elija la respuesta correcta.

   (a) La función $g(x) = \dfrac{15+x}{\sqrt{36-x^2}}$ está definida en:

a.El intervalo $(-15,\infty)$	b. El intervalo $(-6,6)$
c. Los reales negativos	d. Los reales

   (b) El vértice de la parábola $-3x^2-4x-2$

   $y = -3x^2 - 4x - 2$

   es el punto de coordenadas:

a. $(-3,-2)$	b. $\left(\frac{2}{3},\frac{4}{9}\right)$
c. $(4,2)$	d. $\left(\frac{-2}{3},\frac{-2}{3}\right)$

   (c) El rango de la función $f(x) = -3x^2-4x-2$ es el intervalo:

a. $\left(-\infty,\frac{-2}{3}\right]$	b. $\left[\frac{2}{3},\infty\right)$
c. $(-4,3]$	d. $(-\infty,0)$

   (d) El dominio de la función $n(x) = \sqrt{\dfrac{3+x}{9-x}}$ es:

a.$[-3,9)$	b. $(-3,\infty)$
c. $(-\infty,-3)$	d. $[9,\infty)$

   (e) El dominio de la función $f(x) = \dfrac{1}{3x^2-2x-1}$ es:

a. $\left[-\frac{1}{3},1\right]$.	b. $\left(\frac{-1}{3},1\right)$
c. $\left(-\infty,-\frac{1}{3}\right)\cup(1,\infty)$	d. $\mathbb{R}-\left\{\frac{-1}{3},1\right\}$

   (f) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{5x^2-7x-6}$ es:

a. $\mathbb{R}-\left\{\frac{-3}{5},2\right\}$.	b. $\left[-\frac{3}{5},2\right]$
c. $\left(-\infty,-\frac{3}{5}\right]\cup[2,\infty)$	d. $\left\{x=-\frac{3}{5}\right\},\{x=2\}$

(g) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{4+2x-6x^2}$ es:

a. $\mathbb{R} - \left\{\frac{-2}{3}, 1\right\}$. b. $\left[-\frac{2}{3}, 1\right]$
c. $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [1, \infty)$ d. $\left\{x = -\frac{2}{3}\right\}, \{x = 1\}$

(h) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{x^2+2x+5}$ es:

a. No tiene solución . b. Todos los numeros Reales
c. $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$ d. $\{x = -1+2i\}, \{x = -1-2i\}$

(i) La función $c(x) = x^2 + 10x + 23$ corta al eje x en:

a. $10, -10$ b. $5+\sqrt{2}$ y $5-\sqrt{2}$
c. $1, -23$ d.$-\sqrt{2}$ y $\sqrt{2}$

(j) La función $c(x) = x^2 + 10x + 23$ corta al eje y en

a. 23 b. $5-\sqrt{2}$
c. -23 d. $2+\sqrt{5}$

2. Resolver las siguientes ecuaciones

(a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
(b) $3x^2 - 5x - 2 = 0$ Solution is: $\left\{x = -\frac{1}{3}\right\}, \{x = 2\}$
(c) $6x^2 - 7x + 2 = 0$ Solution is: $\left\{x = \frac{1}{2}\right\}, \left\{x = \frac{2}{3}\right\}$
(d) $x^3 - 5x^2 + 4x = 0$ Solution is: $\{x = 0\}, \{x = 1\}, \{x = 4\}$
(e) $4 + 3x - 7x^2 = 0$ Solution is: $\left\{x = -\frac{4}{7}\right\}, \{x = 1\}$
(f) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
(g) $3x^4 - 21x^2 + 36 = 0$ Solution is: $\{x = 2\}, \{x = -2\}, \left\{x = \sqrt{3}\right\}, \left\{x = -\sqrt{3}\right\}$
(h) $6x - 12x^2 = 0$
(i) $3q^2 - 105q + 900 = 0$
(j) $p^2 - 55p + 700 = 0$

3. Determinar el dominio de las siguientes funciones.

(a) $g(x) = \sqrt{4-x^2}$
(b) $f(x) = \sqrt{4-x-3x^2}$
(c) $u(x) = \dfrac{x-3}{2x^2-3x-20}$
(d) $f(x) = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{9-x^2}$
(e) $f(x) = \dfrac{2x-4}{3-\sqrt{25-x^2}}$
(f) $f(x) = \sqrt{4x^2-5x-6}$
(g) $f(x) = \dfrac{2x+1}{\sqrt{5x-x^2}}$
(h) $h(x) = \sqrt{\dfrac{x-2}{x-6}}$
(i) $p(x) = \sqrt{x^2+2x+2}$

4. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones $2x2$

   (a) $$\begin{aligned} 2x+3y &= 4 \\ x-3y &= 8 \end{aligned}$$

   (b) $$\begin{aligned} 55x-30y &= -5 \\ 20x-8y &= 4 \end{aligned}$$

   (c) $$\begin{aligned} -28x+30y &= -26 \\ x-3y &= -1 \end{aligned}$$

   (d) $$\begin{aligned} 4x+6y &= 4 \\ 3y &= 2x-3 \end{aligned}$$

   (e) $$\begin{aligned} 25x-7y &= 10 \\ -7x+2y &= -3 \end{aligned}$$

   (f) $$\begin{aligned} 4x+6y &= 4 \\ 2x+3y &= 0 \end{aligned}$$

5. Dadas las funciones $f(x) = x^2 + 6x + 8$ y $g(x) = -2x + 1$,

   (a) Representarlas en el mismo plano cartesiano

   (b) Encontrar el vértice de la parábola.

   (c) El dominio y el recorrido de cada una

   (d) Los puntos de corte de la funciones $f(x)$ y $g(x)$. Tenga en cuenta que en los puntos de corte $f(x) = g(x)$.

Aplicaciones de funciones lineales

1. Si el precio p y la cantidad q se relacionan linealmente, encuentre la ecuación de oferta para un producto, si el fabricante está dispuesto a colocar en el mercado 60 mil unidades cuando el precio es de 40 dólares por unidad y y 32 mil cuando el precio es de 20 dólares por unidad.

2. La función de demanda para el fabricante de un producto es $p = 200 - 2q$ donde p es el precio en dólares por unidad cuando se demandan q unidades. Encontrar el nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

3. Si una máquina de \$300000 se deprecia 2% de su valor original cada año, determine una funcion f que exprese el valor V de la máquina después que han transcurrido t años.

4. En la fabricación de un componente para una máquina, el costo inicial es de 850 dolares y todos los costos adicionales son de 3 dolares por unidad producida.

   (a) Exprese el costo total C como una función lineal del numero q de unidades producidas.

   (b) Cuántas unidades se producen si el costo total es de 1600 dolares.

5. Para estimular las ventas a grupos grandes, un teatro cobra dos precios. Si el grupo es menor de 12 personas, cada boleto cuesta $\$9,50$ dolares. Si el grupo es mayor de 12 personas, cada boleto cuesta \$8.75. Escriba una función definida por partes para representar el costo de comprar n boletos.

6. Un fabricante vende un producto a \$8,35 por unidad, y vende todo lo que produce. Los costos fijos son de \$2116 y el costo variable es de \$7,20 por unidad.

   (a) ¿A qué nivel de producción existiran utiilidades de \$4600?

   (b) ¿A que nivel de producción habra una perdida de \$1150?

   (c) ¿ A que nivel se alcanza el punto de equilibrio.

7. Suponga que el valor de una bicicleta de montaña disminuye cada año en 10% de su valor original. Si el valor inicial es de 1800 dólares, encuentre una ecuación que exprese el valor v de la bicicleta t años después de su compra, donde $0 \leq t \leq 10$. Grafique la ecuación seleccionando a t como el eje horizontal y v como el eje vertical ¿Cual es la pendiente de la recta resultante?. Este metodo para considerar el valor del equipo se denomina depreciacion lineal.

8. La función de demanda para el fabricante de un producto es $p = 270 - 4q$ donde p es el precio en dólares por unidad cuando se demandan q unidades. Encontrar:

   (a) La función de ingreso.

   (b) El nivel de producción que maximiza el ingreso total del fabricante y determine este ingreso.

9. Las ecuaciones de oferta y demanda para un cierto producto son: $35q - 2p + 250 = 0$ y $65q + p - 537.5 = 0$ respectivamente, donde p representa el precio por unidad en dólares y q el número de unidades vendidas

   (a) Encuentre el precio de equilibrio.

   (b) Encuentre la ecuación de ingreso del fabricante cuando se demandan q unidades

10. Se logra el punto de equilibrio de mercado para un producto cuando se producen 13500 unidades a un precio de 4,50 dólares por unidad. El productor no proveerá unidades a un dolar y el consumidor no demandará unidades a 20 dolares. Encuentre las ecuaciones de oferta y demanda si ambas son lineales.

11. Las ecuaciones de oferta y demanda para un cierto producto son: $p = \sqrt{q+10}$ y $q + p = 20$ respectivamente, donde p representa el precio por unidad en dólares y q el número de unidades vendidas. Hallar el punto de equilibrio de mercado.

12. Las ecuaciones de oferta y demanda para un cierto producto son: $3q - 200p + 1800 = 0$ y $3q + 100p - 1800 = 0$ respectivamente, donde p representa el precio por unidad en dólares y q el número de unidades vendidas

    (a) Encuentre el precio de equilibrio.

    (b) Encuentre el precio de equilibrio cuando se fija un impuesto de 27 centavos por unidad al provedor.

Ejercicios que involucran logaritmos y exponenciales. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas.

1. Expresar $5\log_a x + 3\log_a y - \frac{2}{3}\log_a z$ como un único logaritmo.

2. Si $\ln 5 = a,\ \ln 7 = b$, exprese $\ln\left(\frac{125}{49}\sqrt{35}\right)$, en términos de a y de b.

3. Si $\ln(5d) = 2,\ \ln(4e) = 3$, exprese $\ln\left(64e^3\sqrt{5d}\right)$, en términos de 2 y de 3.

4. Si $\ln(2d) = 3,\ \ln(5m) = 2$, exprese $\ln\left(25m^2\sqrt[3]{2d}\right)$, en términos de 2 y de 3.

5. Si $\ln(3k) = -2,\ \ln(2j) = 5$, exprese $\ln\left(27k^3\sqrt[5]{2j}\right)$, en términos de -2 y de 5.

6. Responda falso o verdadero

    (a) $4\log 3 - \log 9 = \log 3^2$ ( )

    (b) Si $e^{\ln(x-1)} = 5$,entonces $x = 6$ ( )

    (c) $e^{\ln y} + \ln e^{-y} + \ln e^2 = 2$ ( )

    (d) $\log\frac{1}{1000} + \log 10^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$ ( )

7. Resuelva la ecuación

    (a) $5\left(3^x - 6\right) = 10$

    (b) $6\left(2^x - 4\right) = 12$

    (c) $12(5)^x - 10\,(5)^x = 4$

    (d) $6(10)^x + (10)^{x-1} = 2$

    (e) $2(10)^x + (10)^{x+1} = 4$

    (f) $\log_2\left(\frac{2}{x}\right) = 3 + \log_2 x$

    (g) $\ln e^{(x-4)} = 2$

    (h) $\log_4(2x-4)^2 - 3 = \log_4 3$

    (i) $\log_3\left(\frac{3}{x}\right) = 5 + \log_3 x$

(j) $\log_5 (3x-5)^2 - 3 = \log_5 3$

(k) $\log_2 (3x+1) + \log_2 (3x+5) = 5$

(l) $\log (2x+4) - 6 = \log 6$

8. La ecuación de demanda de un producto es $q = 160 - 2^p$, donde q representa el número de unidades demandadas y p el precio por unidad. ¿Que precio alcanza el producto cuando se demandan 100 unidades.

9. Cuando el precio por unidad de un producto es p, el número q de unidades demandadas se puede calcular mediante la ecuación de demanda, $q = 1024 - 2^p$, ¿Que precio alcanza el producto cuando se demandan 128 unidades?