Solución

1.) $\lim\limits_{x\to -3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to -3^-} (3x+6a) = -9+6a$

$\lim\limits_{x\to -3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -3^+} (3ax-7b) = -9a-7b$

Si $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to -3^-} f(x) \Rightarrow -9+6a = -9a-7b$

$15a+7b=9$ (1)

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} (x-12b) = 3-12b$

$\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} (3ax-7b) = 9a-7b$

Si $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} f(x) \Rightarrow 3-12b = 9a-7b$

$9a+5b=3$ (2)

Combinando (1) y (2) $\quad 15a+7b=9 \;\; (-3)$

$\quad 9a+5b=3 \;\; (5)$

$$\begin{array}{r} -\cancel{45a} - 21b = -27 \\ \cancel{45a} + 25b = 15 \\ \hline 4b = -12 \end{array}$$

$b=-3$

Remplazando

$9a+5(-3)=3$

$9a = 3+15$

$9a=18$

$a=2$

Guía de Calificación

Escala: 1 a 5

- Usa bien el hecho que el límite existe si los límites laterales son iguales (3 puntos)
- Hace bien lo anterior y plantea bien el sistema sin errores (4 puntos)
- Hace bien los dos pasos anteriores y resuelve bien el sistema sin errores (5 puntos)

2.) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{\tan^3(3x)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3}{\dfrac{\operatorname{sen}^3(3x)}{\cos^3(3x)}} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^3\cdot\cos^3(3x)}{\operatorname{sen}^3(3x)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos^3(3x)}{\dfrac{\operatorname{sen}^3(3x)}{x^3}}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos^3(3x)}{\left[\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{x}\right]^3} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos^3(3x)}{\left[3\cdot\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{3x}\right]^3} = \dfrac{\lim\limits_{x\to 0}(\cos^3(3x))}{\left[3\cdot\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen}(3x)}{3x}\right]^3} = \dfrac{1}{(3\cdot 1)^3} = \dfrac{1}{27}$

- Usa correctamente la identidad y transforma la expresión inicial en otra donde las propiedades de los límites pueden ser usadas. (3 puntos)
- Además de lo anterior
  Usa correctamente las propiedades de los límites y el hecho que $\lim\limits_{\theta\to 0}\left(\dfrac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right) = 1$ (5 puntos)

3.) $$\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sqrt{10-x}-3} =$$

$$\lim_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x^2+3}-2)(\sqrt{10-x}+3)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(\sqrt{10-x}-3)(\sqrt{10-x}+3)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x^2+3-4)(\sqrt{10-x}+3)}{(10-x-9)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(x^2-1)(\sqrt{10-x}+3)}{(1-x)(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

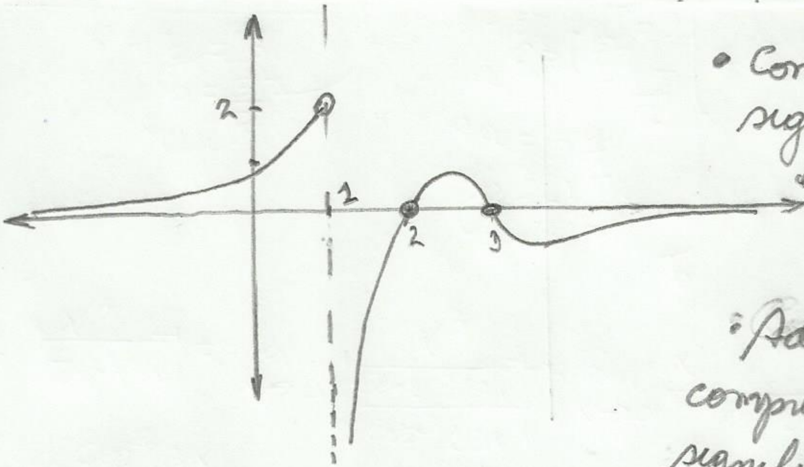
$$= \lim_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)(\sqrt{10-x}+3)}{-\cancel{(x-1)}(\sqrt{x^2+3}+2)}$$

$$= \frac{2(6)}{-4} = -3$$

Guía de Calificación
Escala de 1 a 5

- Aplica bien, sin errores la racionalización usando la estructura $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$ (2 puntos)
- Además de lo anterior, reconoce y aplica la factorización por diferencias de cuadrados y simplifica correctamente (4 puntos)
- Además de lo anterior aplica correctamente las propiedades de los límites (5 puntos).

4)



- Comprende correctamente el significado gráfico de las expresiones $f(2) = f(3) = 0$ (1 punto)
- Además de lo anterior, comprende correctamente el significado gráfico de las expresiones $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 0$ y $\lim_{x\to -\infty} f(x) = 0$ (3 puntos)
- Además de lo anterior. Comprende correctamente el significado gráfico de $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$ y $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ (5 puntos)