Departamento de Matemáticas
Examen Final Cálculo I, Modelo A.
Noviembre 18 de 2017

Nombre: ________________________ **Profesor:** ________________________
Observaciones:

Escoja para realizar sólo **cuatro (4) ejercicios** de los cinco (5) propuestos. Por ningún motivo haga cinco (5) ejercicios. Todos **los ejercicios tienen el mismo valor**. Note que el examen continua en el respaldo de la hoja. **Ningún ejercicio es obligatorio.** El examen tiene una duración de **100 minutos**. Durante el examen la formulación de **preguntas está totalmente prohibida**. La manipulación de **calculadoras o celulares** está **totalmente prohíbida**.

1. Escoja (sin justificar) marcando con **X** la respuesta correcta en cada caso

   i) Sea $f(x) = x^2 - 4x + 3$ y cosideremos el intervalo $I = [1, 3]$. Entonces f
   a) no tiene un máximo absoluto en I b) no tiene puntos críticos en I
   c) no tiene un mínimo relativo en 2 d) satisface las hipotesis del teorema de Rolle en I.

   ii) Si $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, entonces
   a) 4 no es un punto crítico de f b) f tiene un mínimo relativo en 4
   c) 2 es un punto crítico de f d) f tiene un mínimo relativo en 0.

   iii) Si $f(x) = x^2$, entonces la función f
   a) tiene un máx. absol. en $[-2, 1)$ b) tiene un máx. absol. en $(-1, 2)$
   c) no tiene un máx. absol. en $[1, 2]$ d) no tiene un máx. absol. en $(-1, 2]$.

   iv) Si $f(x) = (x - 1)^3$, entonces la función f
   a) tiene un extremo relativo en 1 b) es concava hacia abajo en $(0, +\infty)$
   c) es concava hacia arriba en $(-\infty, 0)$ d) tiene un punto de inflexión en 1.

   v) Si $f'(2) = 0$ y $f''(x) = x^2 - \frac{4}{3}$ para toda x, entonces función f
   a) tiene un mínimo relativo en 2 b) tiene un punto de inflexión en 2
   c) tiene un máximo relativo en 2 d) no tiene extremos relativos en 2.

2. Sea $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x$. Entonces:

   (a) Elabore una tabla donde determine los intervalos de crecimiento y de concavidad, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función.

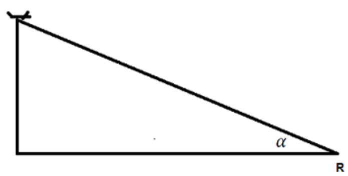
   (b) Con base en la tabla anterior, realice la gráfica de f. No es necesario encontrar las intersecciones con el eje x.

3. En cada caso, calcule el límite usando la Regla de L'Hôpital

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{7+7x+3x^2-7e^x}{1-\cos x}$.

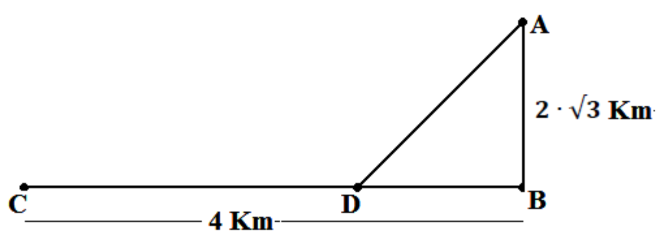
   (b) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty} \frac{3e^{2x}+x}{e^{2x}+3x}$.

4. Un avión vuela horizontalmente con una velocidad constante a una altura de 12 kilómetros sobre una trayectoria recta que lo llevará sobre un punto situado exactamente en la vertical (encima) de un radar en tierra. En un instante dado el radar detecta que el ángulo de elevación α es de $\pi/3$ rad y aumenta a una taza de $\frac{1}{4}$ rad/s. Determine la velocidad del avión.



   Sugerencia : $\operatorname{sen}(\pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos(\pi/3) = \frac{1}{2}$, $\tan(\pi/3) = \sqrt{3}$.
   Nota: No olvide escribir claramente la respuesta a lo pedido en el problema.

5. Un buque anclado está ubicado en el punto **A** a $2 \cdot \sqrt{3}$ km mar adentro del punto más cercano **B** de una playa recta. Una persona, en el buque, desea ir al punto **C**, a 4 km de **B** playa arriba. La persona puede dirigirse hacia el punto **D**, entre **B** y **C**, en un bote pequeño de remos a 2 km/h y después caminar en forma recta de **D** a **C** a 4 km/h. Encuentre la ruta de **A** a **C** que ella puede recorrer en el menor tiempo posible.



   Sugerencia : Llame x la distancia entre **D** y **B** y recuerde que el tiempo es igual a distancia sobre velocidad. Además $\frac{\sqrt{12}}{2} \approx 1.7$ y $\frac{\sqrt{28}}{2} \approx 2.64$.

Felices vacaciones y éxitos!