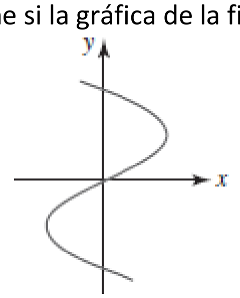
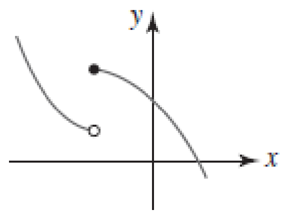
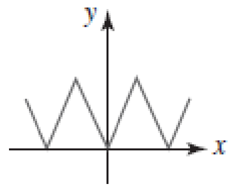
EJERCICIOS DE FUNCIONES

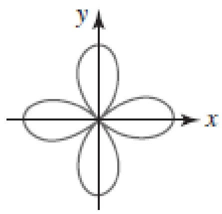
2023-10

1. Las siguientes igualdades definen relaciones. Para cada una de ellas, hallar funciones despejando a y. Dibuje las graficas de las funciones encontradas.
   a. $x^2 + y^2 = 4$
   b. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 3$
   c. $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$
   d. $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$
   e. $x = y^2 + 2y - 1$
   f. $x = y^2 - 5$
   g. $x^2 - 4y^2 = 16$
2. $Para\ qué\ valores\ de\ x\ , f(x) = 6x^2 - 1\ es\ igual\ a\ 24$
3. $Encuentre\ el\ dominio\ de\ la\ función\ f\ dada$
   a. $f(x) = \sqrt{5+x} \quad Respuesta\ [-5, \infty)$
   b. $g(x) = \frac{x}{4x^2-9} \quad Respuesta\ \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$
   c. $h(t) = \sqrt{8-3t}\ \ Respuesta\ (-\infty, \frac{8}{3}]$
   d. $f(x) = \frac{x^2+x+1}{x^2-2x-8}\ \ Respuesta\ \mathbb{R} - \{-2,4\}$
   e. $\alpha(y) = \frac{2y+5}{y^2+1}\ \ Respuesta\ \mathbb{R}$
   f. $\beta(x) = \frac{\sqrt{10-3x}}{x^2+x-6}\ \ Respuesta\ \left(-\infty, \frac{10}{3}\right] - \{-3,2\}$
   g. $\gamma(u) = \sqrt[3]{u^2 - u + 6}\ \ Respuesta\ \mathbb{R}$
   h. $\varphi(x) = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{\sqrt{9-2x}}\ \ Respuesta\ (-\infty, \frac{9}{2})$
   i. $F(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^3-x} \quad Respuesta\ [-3,3] - \{-1,0,1\}$
   j. $G(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{5-x}\ \ Respuesta\ [-4,5]$
4. Determine si la gráfica de la figura es la gráfica de una función

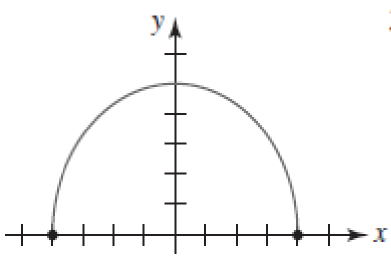
   a. 

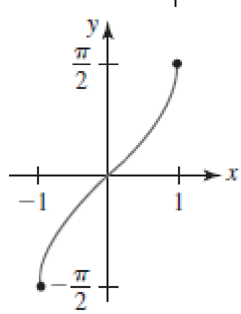
b. 

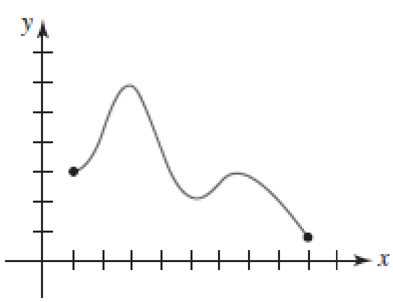
c. 

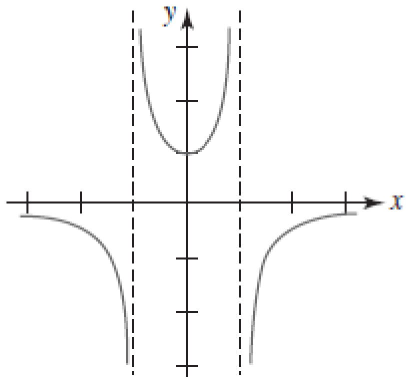
d. 

5. Use la gráfica de la función dada en la figura para encontrar el dominio y rango

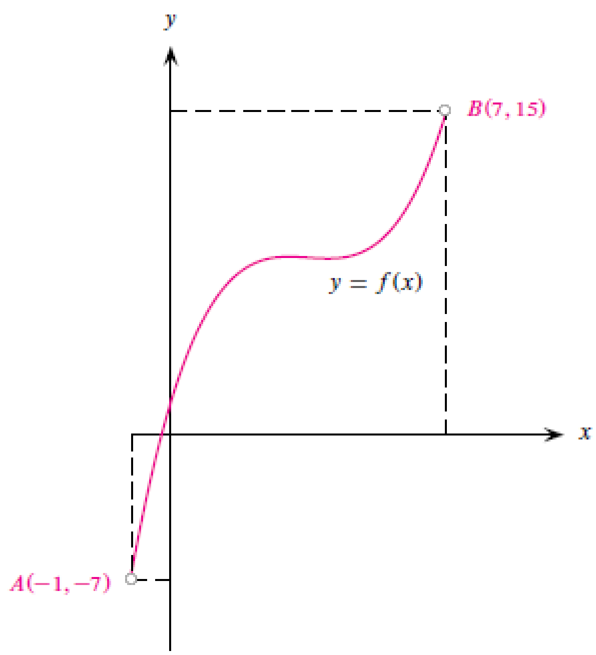
a. 

b. 

c. 

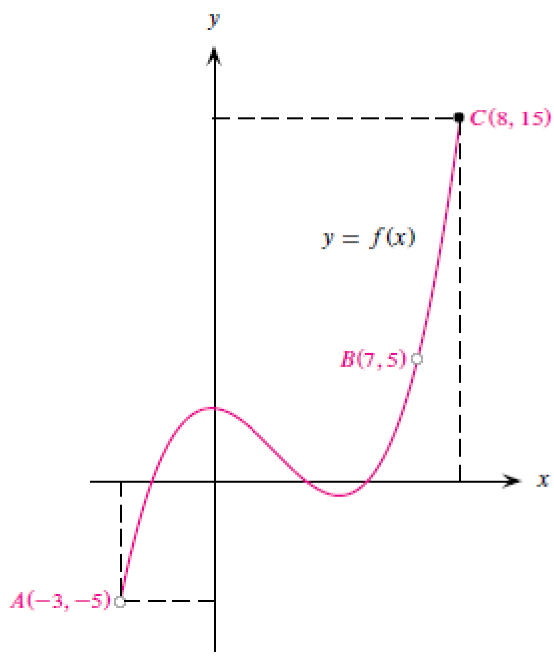
d. 

6. Las curvas de los tres siguientes apartados son gráficas de funciones y los puntos A y B no pertenecen a dichas gráficas. Determinar dominio , rango y el número de raíces (intersecciones con el eje x) de cada función

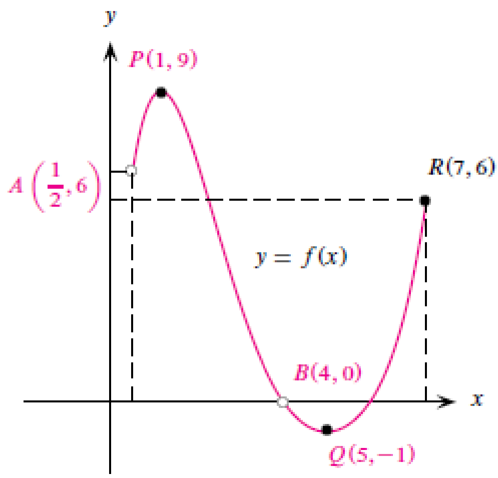
a. 

$Respuesta: D_f =$ _____, $R_f =$ _______, $la\ función\ y = f(x) tiene\ una\ sola\ raíz\ que\ es\ negativa$

b.



$Respuesta: D_f = \_\_\_\_\_, R_f = \_\_\_\_\_\_, la\ función\ y = f(x)\ tiene\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$



c.

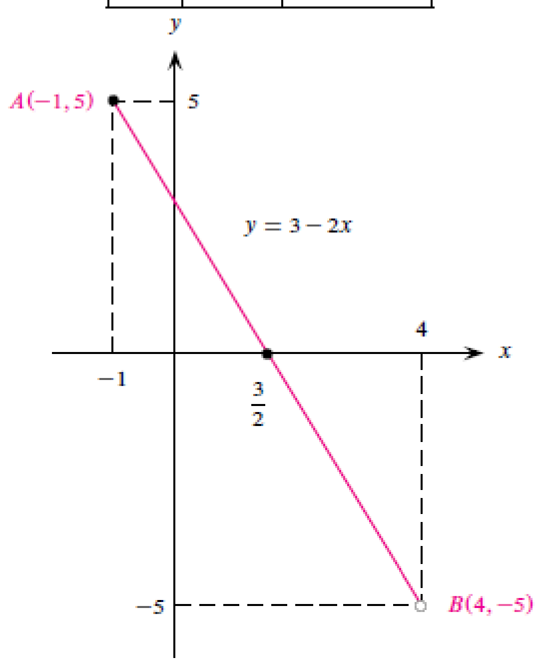
$Respuesta: D_f = \_\_\_\_\_, R_f = \_\_\_\_\_\_, la\ función\ y = f(x)\ tiene$ ____________

7. Mediante una tabla de valores, obtener un bosquejo de la gráfica de las funciones de los cuatro siguientes apartados. Determinar (en cada caso) el dominio , el rango y raíces de la función

a. $f(x) = 3 - 2x\ con - 1 \leq x < 4$

Respuesta:

x	$f(x)$	$P(x, y)$
-1	5	$A(-1, 5)$
4	-5	$B(4, -5)$



El dominio de f es: $D_f = [-1, 4)$.

El rango de f es: $R_f = (-5, 5]$.

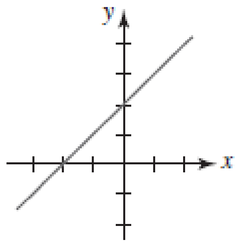
La función f tiene una raíz: $x = \dfrac{3}{2}$.

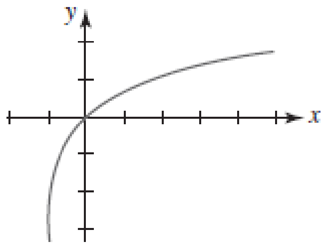
b. $f(x) = 3x + 1$

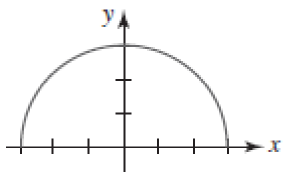
c. $g(x) = x^2 - 1$
d. $h(x) = -2 \; con - {}^{3}/{}_{2} < x < {}^{8}/{}_{3}$
e. $g(x) = 4 - x^2 \;\; con - 2 < x \leq {}^{5}/{}_{2}$

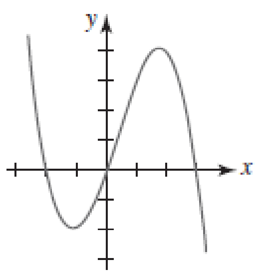
8. Determine una ecuación de una función $y = f(x)$de tal manera que los conjuntos dados sean el más grande que tengan como dominio
   a. $[3, +\infty)$
   b. $[-5,5]$
   c. $(-\infty, 3] \cup [3, +\infty)$
   d. $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
   e. $\mathbb{R} - \{2,5\}$
9. Determine una ecuación de una función $y = f(x)$ cuyo rango es
   a. $[3, +\infty)$
   b. $(3, +\infty)$
10. Dadas las funciones $f(t) = t^2 - 9,\; g(y) = \sqrt{2y + 15} \;\; y \;\; h(z) = \sqrt{10 - 3z}$ obtener:
    a. $(f + g)(5)$, $Respuesta \; 21$
    b. $(gf)(-3)$, $Respuesta \; 0$
    c. $\left({}^{h}/{}_{f}\right)(2)$, $Respuesta -\frac{2}{5}$
    d. $(g - f)({}^{1}/{}_{2})$, $Respuesta \; {}^{51}/{}_{4}$
    e. $(gh)(4)$, $Respuesta\text{: } No \; esta \; definida$
    f. $\left({}^{f}/{}_{g}\right)(-8)$, $Respuesta : No \; esta \; definida$
    g. $(g + h)(x), Respuesta \;\; (g + h)(x) = \sqrt{2x + 15} + \sqrt{10 - 3x}$
    h. $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$, $Respuesta \; \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{\sqrt{2x+15}}{x^2-9}$
    i. $(fh)(x)$, $Respuesta \; (fh)(x) = (x^2 - 9)\sqrt{10 - 3x}$
    j. $(h - f)(x)$, $Respuesta \;\; (h - f)(x) = \sqrt{10 - 3x} - (x^2 - 9)$
    k. $\left(\frac{h-g}{f}\right)(x)$, $Respuesta \; \left(\frac{h-g}{f}\right)(x) = \frac{\sqrt{10-3x}-\sqrt{2x+15}}{x^2-9}$
    l. $\left(\frac{fg}{h}\right)(x), Respuesta \; \left(\frac{fg}{h}\right)(x) = \frac{(x^2-9)\sqrt{2x+15}}{\sqrt{10-3x}}$
    m. Los dominios de f, g y h. $Respuesta \; D_f = \mathbb{R}$, $D_g = \left[-\frac{15}{2}, \infty\right), D_h = (-\infty, \frac{10}{3}]$
    n. Dominio de g+h. $Respuesta \; D_{g+h} = [-\frac{15}{2}, \frac{10}{3}]$
    o. Dominio de g/f. $Respuesta \; D_{g/_f} = \left[-\frac{15}{2}, \infty\right) - \{-3,3\}$
    p. Dominio de fh. $Respuesta \; D_{fh} = \left(-\infty, {}^{10}/{}_{3}\right]$
    q. Dominio de h-f. $Respuesta \; D_{h-f} = \left(-\infty, \frac{10}{3}\right]$
    r. Dominio de h/g. $Respuesta \; D_{h/g} = (-\frac{15}{2}, \frac{10}{3}]$
    s. Dominio de fg/h. $Respuesta \; D_{fg/_h} = \left[-\frac{15}{2}, \frac{10}{3}\right)$
    t. Dominio de (g+h)/gh. $Respuesta \; D_{g+h/_{gh}} = (-\frac{15}{2}, \frac{10}{3})$

11. Resuelva los siguientes ejercicios sobre composición de funciones
    a. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{7-x}\ \ y\ \ g(x) = |5-8x|\ \ obtener (f \circ g)(x)\ y\ su\ dominio.\ Respuesta\ (f \circ g)(x) = \sqrt{7-|5-8x|}\ \ , D_{(f\circ g)} = \left[-\frac{1}{4}, \frac{3}{2}\right]$
    b. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{9-2x}\ \ y\ \ g(x) = |3x-4|\ \ obtener (f \circ g)(x)\ y\ su\ dominio.\ Respuesta\ (f \circ g)(x) = \sqrt{9-2|3x-4|}\ \ , D_{(f\circ g)} = \left[-\frac{1}{6}, \frac{17}{6}\right]$
    c. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x+3}\ \ y\ \ g(x) = \frac{1}{x^2-5}\ \ obtener (f \circ g)(-3), (g \circ f)(6) y\ el\ dominio\ de\ g \circ f.\ Respuesta: \frac{\sqrt{13}}{2}, \frac{1}{4}, [-3,2] \cup (2, \infty)$
    d. Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 2\ \ y\ \ g(x) = \frac{2}{x-1}\ \ obtener (f \circ g)(x),$ $y\ (g \circ f)(x)\ y\ sus\ dominios.\ Respuesta\ (f \circ g)(x) = \left(\frac{2}{x-1}\right)^3\ \ , D_{(f\circ g)} = \mathbb{R} - \{1\}, (g \circ f)(x) = \frac{2}{x^3+1}, D_{(g\circ f)} = \mathbb{R} - \{-1\}$
    e. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{4-x}\ \ y\ \ g(x) = \frac{1}{x^2-1}\ \ obtener\ \ (g \circ f)(x)\ y\ su\ dominio.\ Respuesta\ (g \circ f)(x) = \frac{1}{3-x}\ \ , D_{(g\circ f)} = (-\infty, 3) \cup (3,4]$
    f. Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{x+1}\ \ y\ \ g(x) = \frac{1}{x^2+1}\ \ obtener (f \circ g)(x),$ $y\ (g \circ f)(x)\ y\ sus\ dominios.\ Respuesta\ (f \circ g)(x) = \sqrt{\frac{x^2+2}{x^2+1}}\ \ , D_{(f\circ g)} = \mathbb{R}, (g \circ f)(x) = \frac{1}{x+2}, D_{(g\circ f)} = [-1, \infty)$
    g. Si $f(x) = x^2 + 2x + 2$ encontrar dos funciones g para las cuales $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5.\ Respuesta\ g_1(x) = \begin{cases} x-3 & si\ x \geq 2 \\ -x+1 & si\ x < 2 \end{cases}$
    $$g_2(x) = \begin{cases} -x+1 & si\ x \geq 2 \\ x-3 & si\ x < 2 \end{cases}$$
12. Los puntos $(-2,1)\ y\ (3,-4)$ están sobre la gráfica de una función $y = f(x)$. Encuentre los puntos correspondientes sobre la gráfica, obtenidos por las transformaciones dadas.
    a. La grafica de *f* desplazada 2 unidades hacia arriba.
    b. La grafica de *f* desplazada5 unidades hacia abajo.
    c. La grafica de *f* desplazada 6 unidades hacia la izquierda
    d. La grafica de *f* desplazada 1 unidad hacia la derecha.
    e. La grafica de *f* desplazada 1 unidad hacia arriba y 4 unidades hacia la izquierda.
    f. La grafica de *f* desplazada 3 unidades hacia abajo y 3 unidades hacia la derecha.
    g. La grafica de *f* reflejada en el eje y
    h. La grafica de *f* reflejada en el eje x
13. Use la gráfica de la función $y = f(x)$ dada en la figura para graficar las siguientes funciones: $y = f(x) + 2,\ y = f(x) - 2,\ y = f(x+2),\ y = f(x-5),\ y = f(-x),\ y = -f(x).$

a. 

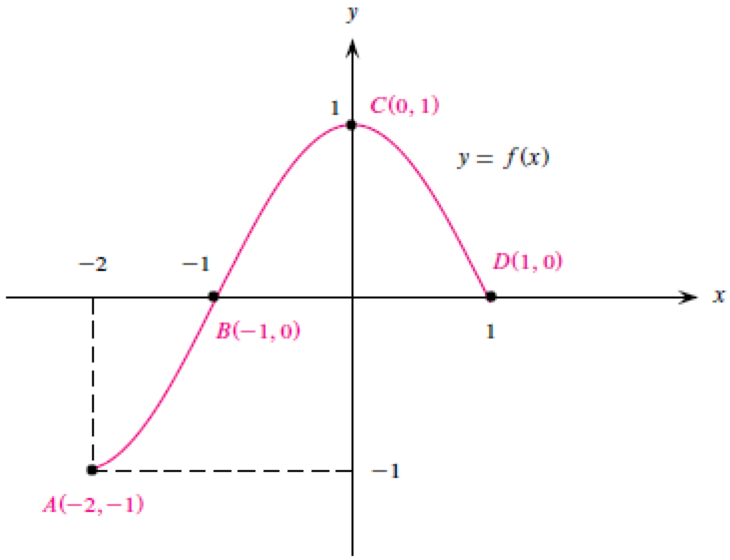
b. 

c. 

d. 

14. Encuentre la ecuación de la gráfica final después que las transformaciones dadas se aplican a la gráfica de $y = f(x)$
    a. La gráfica de $f(x) = x^3$ desplazada 5 unidades hacia arriba y 1 unidad a la derecha.
    b. La gráfica de $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ estirada verticalmente por un factor de 3 unidades y luego desplazada 2 unidades a la derecha.
    c. La gráfica de $f(x) = x^4$ reflejada en el eje x y luego desplazada 7 unidades hacia la izquierda.
    d. La gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ reflejada en el eje y , luego desplazada 5 unidades hacia la izquierda y 10 unidades hacia abajo

15. Considerando la siguiente figura como la gráfica de cierta función f

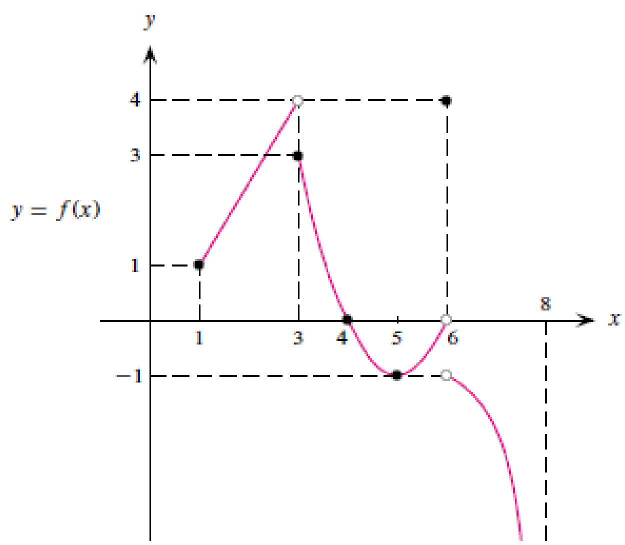


Realizar un bosquejo de la gráfica de la función $g(x) = -2f(x-1) + 3$ y especificar la nueva posición de los puntos $A(-2,-1); B(-1,0); C(0,1); D(1,0)$

Respuesta:

$A'(-1,5), B'(0,3), C'(1,1), D'(2,3)$

16. Considerando que la figura siguiente es el bosquejo de la gráfica de cierta función f



Obtenga el dominio y el rango así como el bosquejo de la gráfica de la función $g(x) = -3f(x+5) + 2$

Respuesta

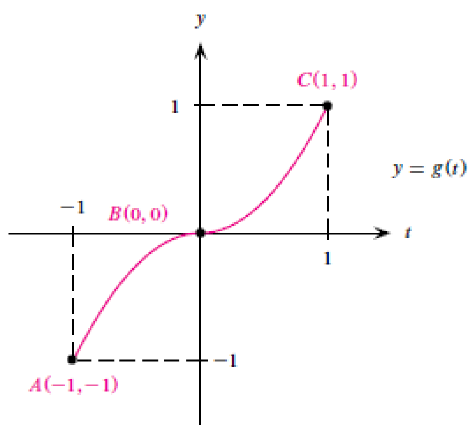
$D_g = [-4,3)$, $R_g = (-10, \infty)$

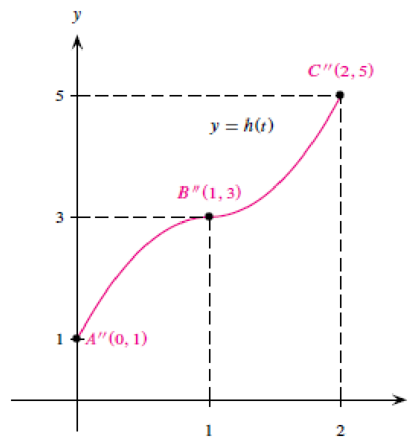
17. Sea f la función definida por $f(t) = t^2 \quad si\ 0 \le t \le 1$. Sea g la función definida por $g(t) = \begin{cases} -f(-t)\ si -1 \le t \le 0 \\ f(t)\ si\ 0 < t \le 1 \end{cases}$

    a. Hallar el dominio de g y hacer un bosquejo de la gráfica de g indicando su rango

b. Si $h(t) = 2g(t-1) + 3$, hacer un bosquejo de la gráfica de esta nueva función h e indicar su dominio y su rango.

Respuesta





18. Dada la función $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ determinar si es par, impar o ninguna de las dos cosas

Respuesta:

▼ A simple vista parece que no es par ni impar, lo cual podemos comprobar, ya que:

$$1 \in D_f \text{, pero } -1 \notin D_f \text{; luego, } f(-x) = \pm f(x) \text{ no se cumple para } x = 1 .$$

Por lo que f no es par ni impar.

19. Dada la función $f(x) = \sqrt[4]{x^3 - x}$ determinar si es par, impar o ninguna de las dos cosas

Respuesta:

20. Dada la función $f(x) = \frac{2x^3 - x}{x^2+1}$ determinar si es par, impar o ninguna de las dos cosas

Respuesta:

Es impar puesto que:

$$f(-x) = \frac{2(-x)^3 - (-x)}{(-x)^2 + 1} = \frac{2(-x^3) + x}{x^2 + 1} =$$
$$= \frac{-2x^3 + x}{x^2 + 1} = -\frac{-(-2x^3 + x)}{x^2 + 1} =$$
$$= -\frac{2x^3 - x}{x^2 + 1} = -f(x) .$$

21. Si f es par, ¿será que $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$ *es par*?

Respuesta: SI

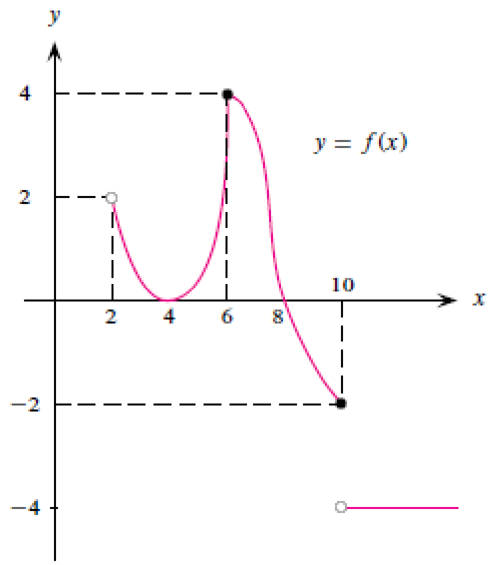
Justifíquela

22. Si f y g son impares, ¿será que $h(x) = (f + g)(x)$ *es impar*?

Respuesta: SI

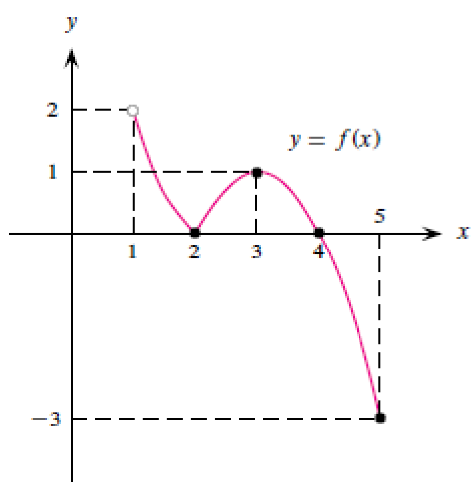
Justifíquela

23. La función f es par, y parte de su gráfica es la figura siguiente



a. Complete la gráfica de f
b. Obtenga se dominio, raíces y rango, además obtenga a partir de la gráfica completada las soluciones de: $f(x) > 0 \ y \ \ f(x) < 0$

24. La función f es par, y parte de su gráfica es la figura siguiente



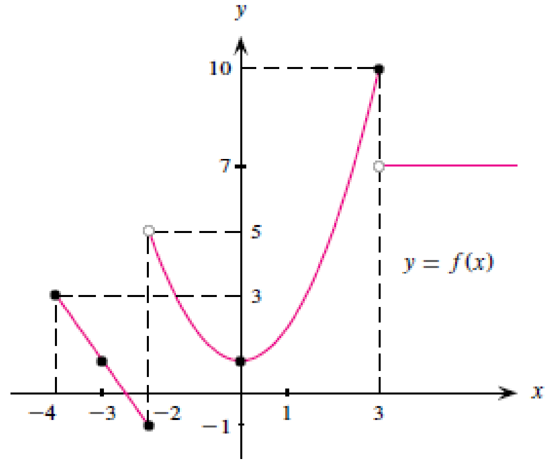
a. Complete la gráfica de f
b. Obtenga se dominio, raíces y rango

25. Sea $f(x) = \begin{cases} -2x - 5 & si -4 \leq x \leq -2 \\ x^2 + 1 & si -2 < x \leq 3 \\ 7 & si \ \ x > 3 \end{cases}$

a. Obtener su gráfica
b. Determinar dominio y rango
c. Calcular $f(-4), f(-3), f(-2), f(0), f(3), f(5) \ y \ \ f(1000)$

Respuesta

a. La gráfica de f es:



b. $D_f = [-4, +\infty)$; $R_f = [-1, 10]$.

c. $f(-4) = 3,\ f(-3) = 1,\ f(-2) = -1,\ f(0) = 1,\ f(3) = 10,\ f(5) = 7\ \&\ f(1\,000) = 7$.

26. Dada la función $g(x) = \begin{cases} -|x+2| & si\ x < -2 \\ \sqrt{4-x^2} & si -2 \le x \le 2 \\ x-2 & si\ x > 2 \end{cases}$ obtenga su gráfica y diga si es par, impar o ninguna de las dos. Determinar su rango

Respuesta. No es par ni impar y $R_g = \mathbb{R}$

27. Dada la función $g(x) = \begin{cases} x+5 & si\ x < -5 \\ \sqrt{25-x^2} & si -5 \le x \le 5 \\ 5-x & si\ x > 5 \end{cases}$ obtenga su gráfica y diga si es par, impar o ninguna de las dos. Determinar su rango

Respuesta. Es par y $R_g = (-\infty, 5]$

28. Dada la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & si -3 \le x < -1 \\ 4 & si\ |x| < 1 \\ x^2 - 2x - 3 & si\ 1 \le x \le 4 \end{cases}$ obtenga su gráfica y determinar su rango

Respuesta. $R_f = [-4,5]$

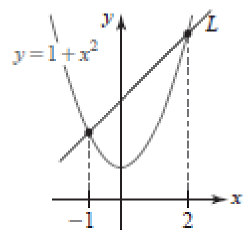
29. Complete la tabla donde

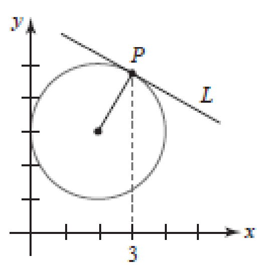
a. f es una función par

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-1	2	10	8	0
$g(x)$	2	-3	0	1	-4
$(f \circ g)(x)$					

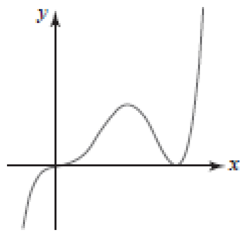
b. g es una función impar

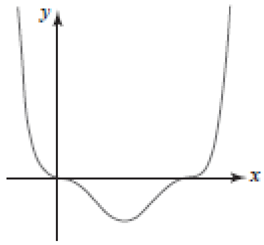
x	0	1	2	3	4
$f(x)$	-2	-3	0	-1	-4
$g(x)$	9	7	-6	-5	13
$(g \circ f)(x)$					

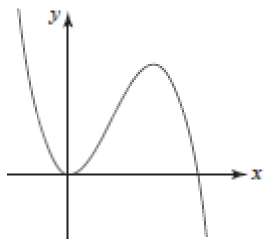
30. Dada la función $U(x-a) = \begin{cases} 0 \; si \; x < a \\ 1 \; si \; x \geq a \end{cases}$ llamada función de Heaviside . Trazar la gráfica de:
    a. $y = 2U(x-1) + U(x-2)$
    b. $y = U\left(x + \frac{1}{2}\right) - U\left(x - \frac{1}{2}\right)$
31. $Determine \; si \; f \circ (g+h) = f \circ g + f \circ h \; es \; verdadera \; o \; falsa$
32. Encuentre una ecuación de la recta que satisface las condiciones dadas.
    a. Pasa por $(-2{,}4)$ y es paralela a $3x + y - 5 = 0$
    b. Pasa por $(2{,}3)$ y es perpendicular a $x - 4y + 1 = 0$
33. Encuentre una función lineal $f(x) = ax + b$ que cumpla las dos condiciones dadas
    a. $f(-1) = 5\,, f(1) = 6$
    b. $f(-1) = 1 + f(2), f(3) = 4f(1)$
34. Encuentre una ecuación de la recta *L* que se muestra en la figura.
    a. 

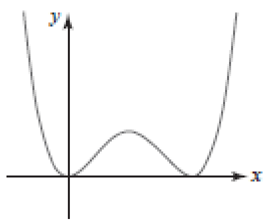
    b. 

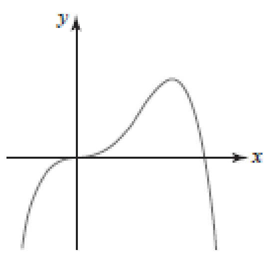
35. Relacione la gráfica dada con una de las funciones polinomiales. Argumente su elección.
    i. $f(x) = x^2(x-1)^2$
    ii. $f(x) = -x^3(x-1)$
    iii. $f(x) = x^3(x-1)^3$
    iv. $f(x) = -x(x-1)^3$
    v. $f(x) = -x^2(x-1)$
    vi. $f(x) = x^3(x-1)^2$

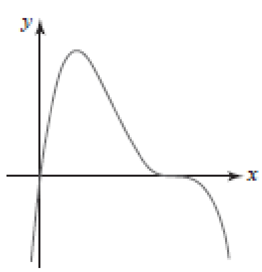
a. 

b. 

c. 

d. 

e. 

f. 

36. Encuentre todas las asíntotas para la gráfica de la función racional dada. Encuentre las intersecciones x e y de la gráfica. Trace la gráfica.
    a. $f(x) = \frac{x(x-5)}{x^2-9}$
    b. $f(x) = \frac{x^2-2x}{x+2}$

c. $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x-1}$

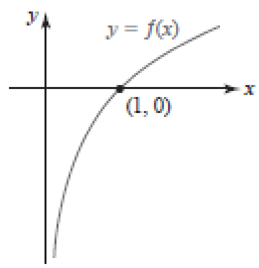
d. $f(x) = \frac{4}{(x+2)^2}$

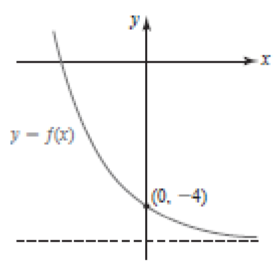
37. Proporcione una función racional que satisfaga las condiciones dadas. Argumente su solución.

   a. Asíntotas verticales $x = 1$, $x = 2$, asíntota horizontal $y = 1$
   b. Asíntota oblicua $y = x + 1$, asíntota vertical $x = 1$
   c. Asíntota horizontal $y = 0$, asíntota vertical $x = -2$
   d. Asíntota oblicua $y = -x + 1$, asíntota vertical $x = 1$

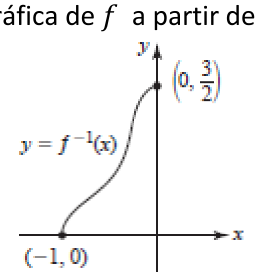
38. Determine los puntos donde la gráfica de $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-5x}$ corta su asíntota horizontal

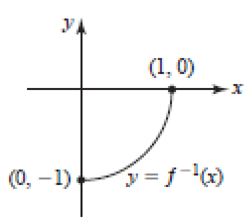
39. Trace la gráfica de f^{-1} a partir de la gráfica de f

   a. 

   b. 

40. Trace la gráfica de f a partir de la gráfica de f^{-1}

   a. 

   b. 

41. Determine si la función dada es uno a uno al analizar su gráfica, en caso de serlo hallar la función inversa si es posible. Luego compruebe que
$$f(f^{-1})(x) = x \;\; y \; que \; f^{-1}\big(f(x)\big) = x.$$
Por último, trace en un mismo plano cartesiano las gráficas de $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$
   a. $f(x) = 4$
   b. $f(x) = |x - 2|$
   c. $f(x) = 6x - 9$
   d. $f(x) = x^3 - 8$
   e. $f(x) = x^3 - 3x$
   f. $f(x) = \sqrt[3]{2x - 4}$
   g. $f(x) = \frac{2-x}{1-x}$
42. La función dada es uno a uno. Sin determinar la inversa, encuentre *x* en el dominio de f^{-1} que satisface la ecuación indicada.
   a. $f(x) = \sqrt{x} + x$; $f^{-1}(x) = 9$
   b. $f(x) = \frac{4x}{x+1}$; $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}$
43. Encuentre una función inversa $f^{-1}|_C$ cuyo rango sea el mismo que el de la función dada sea el mismo que el de la función dada al restringir convenientemente el dominio de *f*
   a. $f(x) = x^2 + 2x + 4$
   b. $f(x) = 3x^2 + 9$
   c. $f(x) = -x^2 + 8x$
44. Escribir la expresión exponencial dada como una expresión logarítmica equivalente.
   a. $4^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{2}$
   b. $9^0 = 1$
   c. $10^4 = 10000$
   d. $10^{0.3010} = 2$
45. Escribir la expresión logarítmica dada como una expresión exponencial equivalente.
   a. $\log_2 128 = 7$
   b. $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = -2$
   c. $\log_{\sqrt{3}} 81 = 8$
   d. $\log_{16} 2 = \frac{1}{4}$
46. Encuentre una función logarítmica $f(x) = \log_b x$ tal que la gráfica de *f* pase por el punto dado
   a. $(49,2)$
   b. $\left(4, \frac{1}{3}\right)$

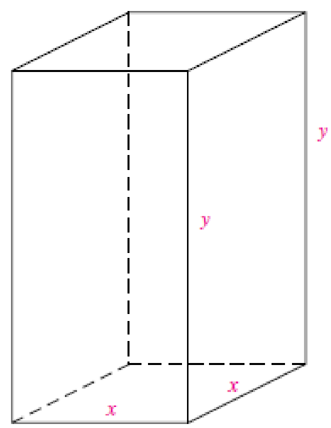
47. Encuentre el dominio de la función dada, la intersección x y la asíntota vertical de la gráfica. Trace la gráfica.
    a. $f(x) = -\ln x$
    b. $f(x) = -1 + \ln x$
    c. $f(x) = -\ln(x+1)$
    d. $f(x) = 1 + \ln(x-2)$
48. Use las leyes de los logaritmos para volver escribir la expresión dada con un solo logaritmo.
    a. $\ln(x^4 - 4) - \ln(x^2 + 2)$
    b. $\ln\left(\frac{x}{y}\right) - 2\ln(x^3) - 4\ln(y)$
    c. $\ln 5 + \ln 5^2 + \ln 5^3 - \ln 5^6$
    d. $5\ln 2 + 2\ln 3 - 3\ln 4$
49. Use las leyes de los logaritmos de modo que $\ln y$ no contenga productos, cocientes ni potencias.
    a. $y = \frac{x^{10}\sqrt{x^2+5}}{\sqrt[3]{8x^3+2}}$
    b. $y = \sqrt{\frac{(2x+1)(3x+2)}{4x+3}}$
    c. $y = \frac{(x^3-3)^5(x^4+3x^2+1)^8}{\sqrt{x}(7x+5)^9}$
    d. $y = 64x^6\sqrt{x+1}\sqrt[3]{x^2+2}$
50. Use el logaritmo natural para despejar *x*
    a. $2^{x+5} = 9$
    b. $4 * 7^{2x} = 9$
    c. $5^x = 2e^{x+1}$
    d. $3^{2(x-1)} = 2^{x-3}$
51. Despeje *x*
    a. $\ln x + \ln(x-2) = \ln 3$
    b. $\ln 3 + \ln(2x-1) = \ln 4 + \ln(x+1)$

MODELANDO CON FUNCIONES

52. Las dimensiones de un paralelepípedo (caja con caras laterales rectangulares) pueden variar pero no su volumen que debe ser de V m^3. Considerando que la caja tiene base cuadrada con lado de longitud igual a $x\ m$, expresar el área A de la superficie total del paralelepípedo en función de x

Respuesta

▼ ¿Qué se pide en el problema? Expresar el área A de la superficie de una caja de base cuadrada, en función de la longitud x del lado de dicho cuadrado, a sabiendas de que su volumen debe ser V m^3. Entonces nuestro objetivo está en el área A de una caja; pero no de cualquier caja, sino de aquella cuyo volumen sea precisamente V m^3.



Puesto que la caja tiene base y tapa cuadradas de lado x m y altura de longitud y m, el área total es

$$A = 2x^2 + 4xy \text{ m}^2$$

y el volumen es

$$V = x^2 y \text{ m}^3.$$

Entonces el área A está en función de las variables x & y, las mismas que están relacionadas en la ecuación $V = x^2 y$.

Por esto, para expresar el área A en función (sólo) de x, es necesario despejar la (otra) variable y de la ecuación $x^2 y = V$, para luego sustituirla en la función área A.

De $x^2 y = V$, llegamos a $y = \dfrac{V}{x^2}$.

Al sustituir en A:

$$A = 2x^2 + 4xy = 2x^2 + 4x\left(\frac{V}{x^2}\right);$$

es decir,

$$A(x) = 2x^2 + \frac{4V}{x},$$

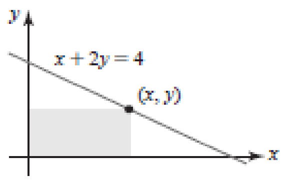
que es la función requerida. □

53. El producto de números positivos es 50. Exprese su suma como una función de uno de los números.

54. La suma de dos números no negativos es 1. Exprese la suma del cuadrado de uno y el doble del cuadrado del otro como una función de uno de los números

55. El perímetro de un rectángulo es 200 pulg. Exprese el área del rectángulo como una función de la longitud de uno de sus lados.

56. Exprese el área del rectángulo sombreada en la figura como una función de x



57. Exprese como una función de x la distancia de un punto (x, y) sobre la gráfica de $x + y = 1$ al punto $(2,3)$.
58. Exprese el perímetro de un cuadrado como una función de su área A
59. Exprese el diámetro de un círculo como una función de su circunferencia C
60. Exprese el área de un triángulo equilátero como una función de su altura h
61. Un alambre de longitud x se doble en forma de círculo. Exprese el área del círculo como una función de x
62. Un ranchero desea cercar un corral rectangular cuya área es de 1000 pies^2 usando dos tipos de vallas distintos. A lo largo de dos lados paralelos, la valla cuesta \$4 por pie. Para los otros dos lados paralelos, la valla cuesta \$1.60 por pie. Exprese el costo total para cercar el corral como una función de la longitud de uno de los lados con valla que cuesta \$4 por pie
63. Una empresa desea construir una caja rectangular abierta con un volumen de 450 pulg^3, de modo que la longitud de su base sea tres veces su ancho. Exprese el área superficial de la caja como una función de su ancho.
64. El automóvil A pasa por el punto O en dirección al este a velocidad constante de $40\ ^{mi}/_{h}$; el automóvil B pasa por el mismo punto 1 hora después en dirección al norte a velocidad constante de $80\ ^{mi}/_{h}$. Exprese la distancia entre los automóviles como una función del tiempo t, donde t se mide empezando cuando el automóvil B pasa por el punto O (ver figura)