TALLER DE PREPARACIÓN PARA EL SEGUNDO PARCIAL
I SEMESTRE DE 2023

INTRODUCCIÓN

Sean $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ así como $x_0 = 3$.

¿Qué se puede decir acerca de $\lim_{x \to x_0} f(x)$?

▼ Primero notamos que $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ es una función que no está definida para $x = 3$.

Luego observamos que para $(x - 3) \neq 0$, o sea, para $x \neq 3$,

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 1)}{x - 3} = x + 1.$$

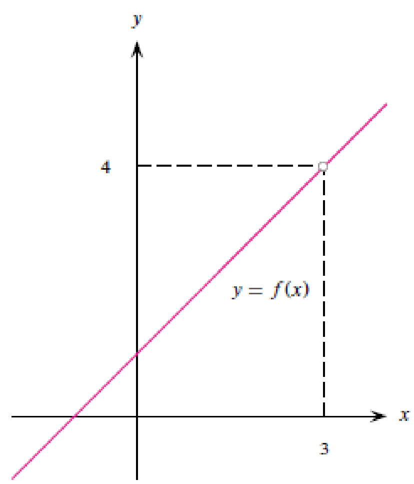
Ahora damos a x valores cada vez más cercanos a $x_0 = 3$ y obtenemos las imágenes $f(x)$ respectivas.

x	$f(x) = x + 1$
2.9	3.9
2.99	3.99
2.999	3.999
2.9999	3.9999
2.99999	3.99999
$\downarrow$	$\downarrow$
3^-	4

x	$f(x) = x + 1$
3.1	4.1
3.01	4.01
3.001	4.001
3.0001	4.0001
3.00001	4.00001
$\downarrow$	$\downarrow$
3^+	4

Notamos que si x está cerca de 3, entonces $f(x)$ está cerca de 4, por lo que $\lim_{x \to 3} f(x) = 4$. Esto es,
$\lim_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 4$.

La gráfica correspondiente es:



LIMITES LATERALES

1. Dada $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$; b. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$; c. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$.

▼ Ya que, con $x \neq 0$,

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0; \\ x & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

entonces:

a. $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^-} \dfrac{|x|}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{-x}{x} = \lim\limits_{x \to 0}(-1) = -1$;

b. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{|x|}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} 1 = 1$;

c. $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ no existe debido a que: $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

1. Explique con sus propias palabras lo que significa la ecuación $\lim\limits_{x \to 3} f(x) = 7$. ¿ Es posible que esta afirmación siga siendo verdadera aún si $f(3) = 5$?
2. Explique lo que significa decir que $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = 7 \ y \ que \ \lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = 3$, ¿ es posible que exista el $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$. Explique
3. Suponga que una función $f(x)$ está definida para todos los valores reales x, excepto para $x = x_0$. ¿Qué puede decirse acerca de la existencia de $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$?. Explique

LIMITES INFINITOS

Para $f(x) = \dfrac{-3}{x+2}$, calcular:

a. $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x)$, b. $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$, c. $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$.

▼ Cuando $x \to -2$ sucede que $(x+2) \to 0$ y sabemos que $\dfrac{-3}{x+2} \to \infty$ (sin signo).

Precisemos el signo.

a. Si $x \to -2^-$, entonces $x < -2$ & $x + 2 < 0$; por lo que $\dfrac{-3}{x+2} > 0$ & $\dfrac{-3}{x+2} \to +\infty$.

Luego, $\lim\limits_{x \to -2^-} \dfrac{-3}{x+2} = +\infty$.

b. Si $x \to -2^+$, entonces $x > -2$ & $x + 2 > 0$; por lo que $\dfrac{-3}{x+2} < 0$ & $\dfrac{-3}{x+2} \to -\infty$.

Luego, $\lim\limits_{x \to -2^+} \dfrac{-3}{x+2} = -\infty$.

c. Podemos decir que $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$ no existe.

d. Además se puede afirmar que la recta $x = -2$ es la asíntota vertical de la curva $y = \dfrac{-3}{x+2}$.

4. Explique el significado de cada una de las siguientes ecuaciones

   a. $\lim\limits_{x \to -3} f(x) = \infty$

   b. $\lim\limits_{x \to 4^+} f(x) = -\infty$

LIMITES CUANDO X TIENDE AL INFINITO

Calcular: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-3}{4x}$.

▼

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2x-3}{4x} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{4}-\frac{3}{4x}\right) = \frac{2}{4}-\frac{3}{4}\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x} = \frac{1}{2}-\frac{3}{4}\times 0 = \frac{1}{2}.$$

La recta $y = \dfrac{1}{2}$ es asíntota horizontal de la curva $y = \dfrac{2x-3}{4x}$.

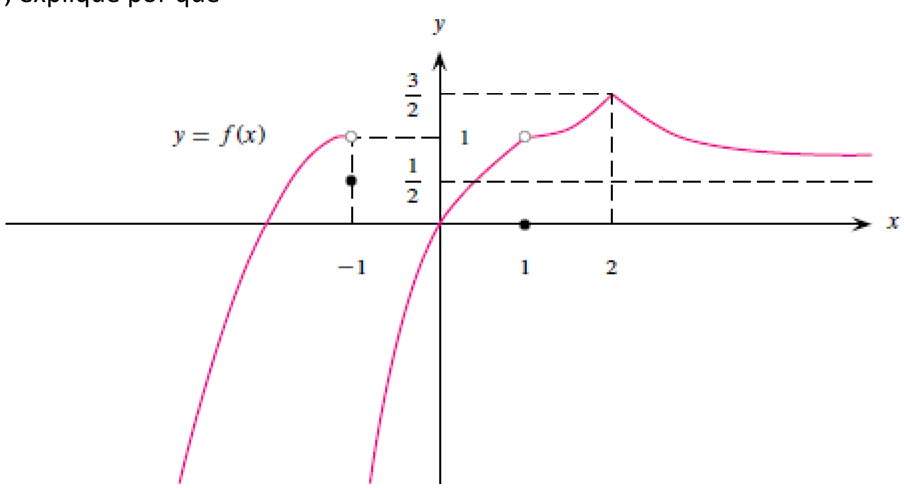
Calcular: $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{4x^3-5x+6}{2x^3-3x^2+8}$.

▼

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{4x^3-5x+6}{2x^3-3x^2+8} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^3\left(4-\frac{5}{x^2}+\frac{6}{x^3}\right)}{x^3\left(2-\frac{3}{x}+\frac{8}{x^3}\right)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{4-\frac{5}{x^2}+\frac{6}{x^3}}{2-\frac{3}{x}+\frac{8}{x^3}} = \frac{4}{2} = 2.$$

5. Explique con sus propias palabras el significado de cada una de las siguientes expresiones
   c. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 2$
   d. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 5$

6. Para la función cuya grafica se presenta en la figura establezca el valor solicitado en cada caso. Si éste no existe , explique por qué



   a. $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$
   b. $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$
   c. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$
   d. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$
   e. $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$
   f. $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$
   g. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   h. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$

i. $f(1)$
j. $f(2)$
k. $f(-1)$
l. $\lim_{x \to -1} f(x)$
m. $\lim_{x \to 2} f(x)$
n. $\lim_{x \to 1} f(x)$

7. Para la función R cuya grafica se muestra en la figura, establezca lo siguiente

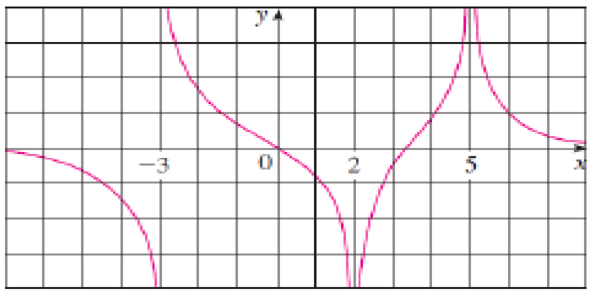


Figura 2

e. $\lim_{x \to 2} R(x)$
f. $\lim_{x \to 5} R(x)$
g. $\lim_{x \to -3^-} R(x)$
h. $\lim_{x \to -3^+} R(x)$

8. En la teoría de la relatividad la masa de una partícula con velocidad v es

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Donde m_0 es la masa de la partícula en reposo y c es la velocidad de la luz. ¿Qué ocurre cuando $v \to c^-$

9. ¿Cuántas asíntotas horizontales puede tener la gráfica de $y = f(x)$? Trace gráficas para ilustrar las posibilidades.

10. Bosqueje la gráfica de $f(x) = \begin{cases} 2 - x \;\; si\; x < -1 \\ x, \;\; si - 1 \le x \le 1 \\ (x-1)^2 \;\; si\; x > 1 \end{cases}$ y úsela para determinar los valores de a para los cuales $\lim_{x \to a} f(x)$ NO existe

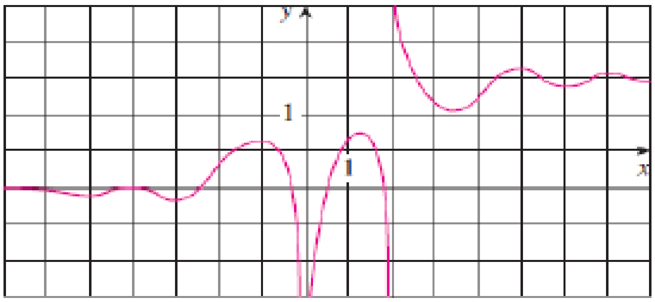
11. Sea $f(x) = [\![x]\!]$ la función parte entera, ¿para qué valores de a existe el $\lim_{x \to a} [\![x]\!]$?

12. Sea $(x) = [\![\cos(x)]\!]\;, para - \pi \le x \le \pi.$ Bosqueje la gráfica de f y determine los valores de a para los cuales $\lim_{x \to a} f(x)$ NO existe

13. Para la función g que se ilustra a continuación, determine

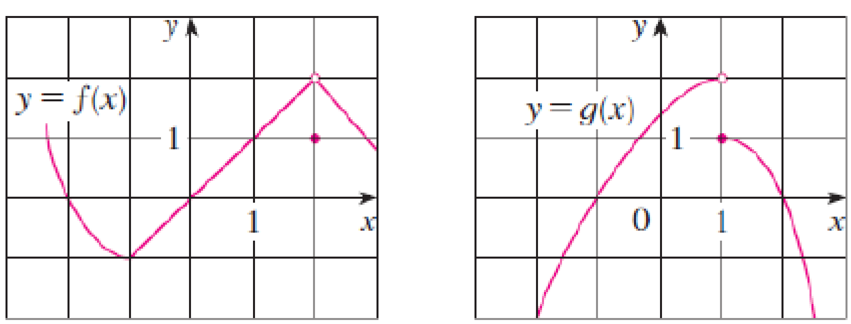
a. $\lim_{x \to \infty} g(x)$
b. $\lim_{x \to -\infty} g(x)$
c. $\lim_{x \to 0} g(x)$

d. $\lim_{x\to 2^+} g(x)$
e. $\lim_{x\to 2^-} g(x)$
f. $\lim_{x\to 1} g(x)$
g. Las ecuaciones de las asíntotas



14. Dibuje un ejemplo de una función que satisfaga
   a. $\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = -\infty$
   b. $f(0) = 3$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 4$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 2$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 4^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 4^+} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to\infty} f(x) = 3$
   c. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -1$, $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 1, f(2) = 1$, $f(0)$ *no este definida*
   d. $\lim_{x\to 1} f(x) = \infty$, $\lim_{x\to 4^-} f(x) = 3$, $\lim_{x\to 4^+} f(x) = -3.$ $f(1) = 1,$ $f(4) = -1$

15. Las gráficas de f y g están dadas por la siguiente imagen. Úselas para evaluar cada límite si existe. Si el límite no existe, explique por qué.
   a. $\lim_{x\to 2} [f(x) + g(x)]$
   b. $\lim_{x\to 1} [f(x) + g(x)]$
   c. $\lim_{x\to 0} [f(x)g(x)]$
   d. $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)}{g(x)}$
   e. $\lim_{x\to 2} [x^3 g(x)]$
   f. $\lim_{x\to 1} \sqrt{3 + f(x)}$



16. Evalúe el límite

a. Si $f(x) = c$, c $constante$, $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.0$

b. Si $f(x) = ax + b$, a y b $constantes$, $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.a$

c. Si $f(x) = ax^2 + bx + c$, a, b y c $constantes$, $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.2ax + b$

d. Si $f(x) = ax^3$, a $constante$, $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.3ax^2$

e. Si $f(x) = \frac{c}{ax+b}$, a, b y c $constantes$, $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.\frac{-ac}{(ax+b)^2}$

f. Si $f(x) = \sqrt{x}$, $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.\frac{1}{2\sqrt{x}}$

g. $Dada$ $f(x) = x^2 - 3x$, $hallar$ $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.2x - 3$

h. $Dada$ $f(x) = \sqrt{5x+1}$, $hallar$ $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $R.\frac{5}{2\sqrt{5x+1}}$

i. $\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{x^2-x-12}$ $R.\ \frac{1}{7}$

j. $\lim_{x\to 3} \frac{x^3-27}{x^2-9}$ $R.\ \frac{9}{2}$

k. $\lim_{x\to 2} \frac{4-x^2}{3-\sqrt{x^2+5}}$ $R.\ 6$

l. $\lim_{x\to 1} \frac{(3x-1)^2}{(x+1)^3}$ $R.\ \frac{1}{2}$

m. $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$ $R.\ 4$

n. $\lim_{x\to 2^+} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$ $R.\ 0$

o. $\lim_{x\to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$ $R.\ 2$

p. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}$ $R.\ \frac{1}{27}$

q. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ $R.\ \frac{1}{2}$

r. $\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$ $R.\ \frac{2}{3}$

s. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{\sqrt{10-x}-3}$ $R.-3$

t. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x+7}-2}{x^3-1}$ $R.\ \frac{1}{36}$

u. $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$ $R.\ \frac{4}{3}$

v. $\lim_{x\to 1} \frac{2x^3-3x^2+2x-1}{x^4+3x^2+x-5}$ $R.\ \frac{2}{11}$

w. $\lim_{x\to 1} \frac{x^4+x-2}{x^3-1}$ $R.\ \frac{5}{3}$

x. $\lim_{x\to 3} \frac{x^3-2x^2-2x-3}{x^4-2x^3-27}$ $R.\ \frac{13}{54}$

y. $\lim_{x\to 2} \frac{x^3+2x-6}{x^4-4x^2+x-2}$ $R.\ \frac{12}{17}$

z. $\lim_{x\to 2} \frac{3x^2+2x-16}{x^2+5x-14}$ $R.\ \frac{14}{9}$

aa. $\lim_{x\to 8} \frac{\sqrt{7+\sqrt[3]{x}}-3}{x-8}$ $R.\ \frac{1}{72}$

bb. $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}}$ $R.\frac{1}{3}$

cc. $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{3+2^{\frac{1}{x}}}$ $R.\ 0$

dd. $\lim_{x\to 0^+} \frac{1+2^{\frac{1}{x}}}{3+2^{\frac{1}{x}}}$ $R.\ 1$

ee. $\lim_{x\to 0^-} \frac{1+2^{\frac{1}{x}}}{3+2^{\frac{1}{x}}}$ $R.\ ^1/_3$

ff. $\lim_{x\to 0} \frac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}}$ $R.\ 0$

gg. $\lim_{x\to 0} \frac{tan(2x)}{sen(2x)}$ $R.\ 1$

hh. $\lim_{x\to 0} \frac{tan(7x)}{3x}$ $R.\ ^7/_3$

ii. $\lim_{x\to 0} \frac{x^3}{tan^3(3x)}$ $R.\ ^1/_{27}$

jj. $\lim_{x\to 0} \frac{tan^2(4x)}{1-cos(5x)}$ $R.\ ^{32}/_{25}$

kk. $\lim_{x\to 0} \frac{sen(x)-\tan(x)}{1-\cos(x)}$ $R.\ 0$

ll. $\lim_{x\to 0} \frac{1-cos^3(x)}{4x^2}$ $R.\ ^3/_8$

mm. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x-\frac{\pi}{2}}$ $R.-1$

nn. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1-sen(x)}{x-\frac{\pi}{2}}$ $R.\ 0$

oo. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1+sen(3x)}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}$ $R.\ ^9/_2$

pp. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{sen^2(2x)}{1-sen(x)}$ $R.\ 8$

qq. $\lim_{x\to \pi} \frac{(x-\pi)^2}{sen^2(x)}$ $R.\ 1$

rr. $\lim_{x\to \pi} \frac{1+\cos(\mathrm{x})}{sen(x)}$ $R.\ 0$

ss. Verifique que: $\lim_{h\to 0} \frac{sen(x+h)-sen(x)}{h} = \cos(x)$

tt. Verifique que: $\lim_{h\to 0} \frac{cos(x+h)-cos(x)}{h} = \mathrm{sen}(x)$

17. Use el teorema de comprensión o del emparedado para mostrar que

a. $\lim_{x\to 0} x^2 \cos(20\pi x) = 0$

b. $\lim_{x\to 0} x^4 \cos\left(\frac{2}{x}\right) = 0$

c. $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} e^{sin\left(\frac{\pi}{x}\right)} = 0$

d. $\lim_{x\to 0} \frac{x^2 cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2+1} = 0$

e. $\lim_{x\to 0} \frac{x^4 sen\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2+1} = 0$

f. $\lim_{x\to 0} \left|2x sen\left(\frac{1}{2x}\right)\right| = 0$

g. $\lim_{x\to 0} x^2 sen\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) = 0$
h. $\lim_{x\to 3} g(x) = -4, si\ |g(x)+4| \le 2(3-x)^4$
i. $\lim_{t\to 0}(2^t - 1)cos\left(\frac{1}{t}\right) = 0$
j. $\lim_{t\to 0^-} sen^2\left(\frac{1}{t}\right)(3)^{\frac{1}{t}} = 0$

18. Calcular cada uno de los siguientes límites:

a. $\lim_{x\to -\infty} \frac{5x^3+6x-7}{3x^5-2x+1}$ $R.0$
b. $\lim_{x\to -\infty} \frac{3x^5-2x+1}{5x^3+6x-7}$ $R.\infty$
c. $\lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ $R.1$
d. $\lim_{x\to -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ $R.-1$
e. $\lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt{x^2-16}}{x+4}$ $R.-1$
f. $\lim_{x\to \infty} \frac{5x-3}{\sqrt{3x^2+2x+6}}$ $R.\ {}^{5}/_{\sqrt{3}}$
g. $\lim_{x\to \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{(3x-2)^3}}$ $R.\ 0$
h. $\lim_{x\to \infty} \frac{\sqrt{x^4-3x^2+1}}{x^2-1}$ $R.1$
i. $\lim_{x\to -\infty} \frac{5x+2}{\sqrt{3x^2+2x+5}}$ $R.\ {}^{-5}/_{\sqrt{3}}$
j. $\lim_{x\to \infty} \left(\frac{x^3}{2x^2-1} - \frac{x^2}{2x+1}\right)$ $R.{}^{1}/_{4}$
k. $\lim_{x\to \infty} \frac{\cos(x)}{3x}$ $R.0$
l. $\lim_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}}$ $R.0$
m. $\lim_{x\to \infty} (e^{-2x}\cos(x))$ $R.0$
n. $\lim_{x\to +\infty} \left(\sqrt{x^2+5} - x\right)$ $R.0$
o. $\lim_{x\to \infty} \left(\sqrt{x^2+4x+3} - x\right)$ $R.-2$
p. $\lim_{x\to -\infty} \left(\sqrt{x^2+5} - x\right)$ $R.\infty$
q. $\lim_{x\to -\infty} \left(\sqrt{x^2-4x+3} - x\right)$ $R.\infty$
r. $\lim_{x\to -\infty} \left(\sqrt{x^2-4x+3} + x\right)$ $R.2$
s. $\lim_{x\to \infty} (arctan(e^x))$ $R.{}^{\pi}/_{2}$
t. $\lim_{x\to +\infty} \frac{e^{3x}-e^{-3x}}{e^{3x}+e^{-3x}}$ $R.1$
u. $\lim_{x\to -\infty} \frac{3^x-3^{-x}}{3^x+3^{-x}}$ $R.-1$

19. Halle las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de cada curva (si es que estas existen). Haga la gráfica, usando un software, para verificar sus respuestas.

a. $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2+x-2}$

b. $y = \frac{2e^x}{e^x - 5}$

c. $y = \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

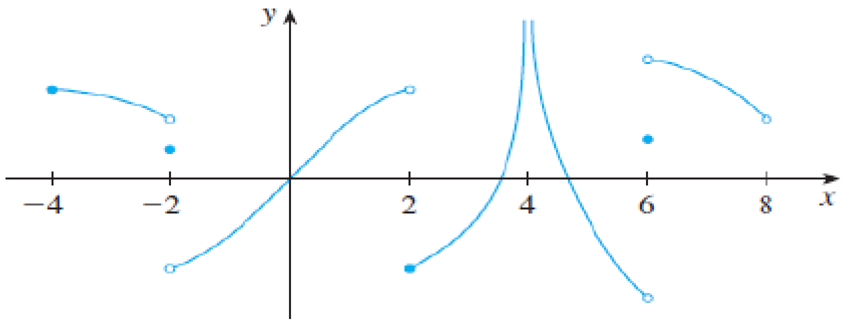
d. $y = \frac{x^3 - x}{x^2 - 6x + 5}$

e. $y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 5}$

f. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$

g. $y = \sqrt{x^2 - 4}$

20. Encuentre una fórmula para una función que tiene asíntotas verticales en $x = 1$ y $x = 3$ y asíntota horizontal en $y = 1$
21. Encuentre una fórmula para una función que tiene asíntota oblicua $y = x + 2$ y asíntota vertical $x = 2$
22. A partir de la gráfica de g determine los intervalos sobre los que g es continua. ¿En qué puntos g tiene discontinuidades? ¿De qué tipo son tales discontinuidades?



23. Dibuje una función que tenga una discontinuidad de salto en $x = 2$ y una discontinuidad removible en $x = 4$ y que sea continua en todas las demás partes.
24. Use la definición de continuidad y las propiedades de los límites para demostrar que la función es continua en el número a dado.

a. $f(x) = x^2 + \sqrt{7 - x}$, $a = 3$

b. $h(t) = \frac{2t - 3t^2}{1 + t^3}$, $a = 1$

25. Explique por qué la función es discontinua en el punto a dado. Dibuje la gráfica de la función

a. $f(x) = \ln|x - 2|$, $a = 2$

b. $f(x) = \begin{cases} \cos(x)\ si\ x < 0 \\ 0\ si\ x = 0 \\ 1 - x^2\ si\ x > 0 \end{cases}$, $a = 0$

c. $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x - 3}\ \ si\ \ x \neq 3 \\ 6\ \ si\ x = 3 \end{cases}$, $a = 3$

d. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 2}, si\ x \neq -2 \\ 1\ \ si\ x = -2 \end{cases}$, $a = -2$

26. ¿Para qué valor de la constante c es continua la función $f\ en\ (-\infty, \infty)$?

$$f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x\ \ si\ x < 2 \\ x^3 - cx\ \ si\ \ x \geq 2 \end{cases}$$

27. ¿Para qué valores de las constantes a y b es continua la función $f\ en\ (-\infty, \infty)$?

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2} & si\ x<2\\ ax^2-bx+3 & si\ 2\le x<3\\ 2x-a+b & si\ x\ge 3\end{cases}$$

28. ¿Para qué valores de las constantes $a\ y\ b$ es continua la función $f\ en\ (-\infty,\infty)$?

$$f(x)=\begin{cases}3ax^3-2b & si\ x\le -1\\ 2x-4b & si\ -1<x\le 1\\ ax^2+3 & si\ x>1\end{cases}$$

29. ¿Para qué valores de las constantes $a\ y\ b$ es continua la función $f\ en\ (-\infty,\infty)$?

$$f(x)=\begin{cases}3x+6a & si\ x<-3\\ 3ax-7b & si\ -3\le x\le 3\\ x-12b & si\ x>3\end{cases}$$

30. ¿Para qué valores de las constantes $a\ y\ b$ es continua la función $f\ en\ (-\infty,\infty)$?

$$f(x)=\begin{cases}3x^2-1 & si\ x<0\\ ax+b & si\ 0\le x\le 1\\ \sqrt{x+8} & si\ x>1\end{cases}$$

31. Determine si la función f tiene una discontinuidad removible en a. En caso afirmativo redefina la función de tal forma que la función resultante sea continua en a.
    a. $f(x)=\frac{x^2-16}{x-4}\ ,\ a=4$
    b. $f(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x} & si\ x\ne 0\\ 0 & si\ x=0\end{cases}\ ,\ a=0$
    c. $f(x)=xsen\left(\frac{1}{x}\right)\ ,a=0$
    d. $f(x)=\frac{|x-1|}{x-1}\ ,\ a=1$
32. Use el teorema del valor intermedio para mostrar que existe una solución de la ecuación en el intervalo indicado
    a. $x^4+x-3=0\ \ (1,2)$
    b. $\sqrt[3]{x}=1-x\ \ (0,1)$