

Departamento de Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales

Taller 1

2 de febrero de 2018

1. Determine la región R donde el PVI

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f(x, y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

garantiza la existencia y unicidad de soluciones, donde f es la función:

a) $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{1 - x^2}}.$

b) $f(x, y) = \frac{1 + y^2}{\sqrt{x^2 - 9}}.$

c) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y}}.$

d) $f(x, y) = \ln(x^2 - y^2).$

e) $f(x, y) = \sqrt{\frac{1 - x}{y - x}}.$

f) $f(x, y) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - y}}.$

2. Resuelva las siguientes ecuaciones homogéneas.

a) $(2x^2 + y^2)dx - x^2dy = 0.$

b) $(3y^2 + 4xy - x^2)dx - (2x^2 + 2xy)dy = 0.$

c) $(x^3 - x^2y - 10xy^2 - 3y^3)dx + (3xy^2 + 7x^2y)dy = 0.$

d) $(3x^3 - 3x^2y - 6xy^2 - y^3)dx + (xy^2 + 5x^2y)dy = 0.$

e) $[4x \cos(y/x) - 3x \sin(y/x) - y]dx + xdy = 0.$

f) $x(2y^4 - x^4)\frac{dy}{dx} = y(y^4 - x^4).$

g) $(x^2y - xy^2 + y^3)dx + (x^3 + x^2y + xy^2)dy = 0.$

- h) $(x + ye^{y/x})dx - xe^{y/x}dy = 0$.
i) $y(\ln x - \ln y)dx = (x \ln x - x \ln y - y)dy$.

3. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales usando una sustitución conveniente.

- a) $\frac{dy}{dx} = \tan^2(x + y)$.
b) $\frac{dy}{dx} = 1 + e^{y-x+5}$.
c) $\frac{dy}{dx} = \frac{1-x-y}{x+y}$.
d) $xy' = y \ln(xy)$.

4. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli.

- a) $\frac{dy}{dx} + \frac{6}{x^2-1}y = \frac{3(x+1)}{(x-1)\sqrt{x^2+1}}y^{2/3}$.
b) $\frac{dy}{dx} + 2(\cot x)y = 4(\cos x)y^{1/2}$.
c) $(2x^2y^2 \ln x - y)dx + x \ln x dy = 0$.
d) $x \frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{2} \frac{x}{(x \sin x + \cos x)^2} y^{-1}$.
e) $-2 \frac{dy}{dx} + (\ln x)y = \ln x \left[\frac{2}{x} + (\ln x)^2 \right] y^3$.
f) $\frac{dz}{dx} - (2 \tan x)z = z^2$.
g) $\frac{dz}{dx} - (2 \csc x + \cot x)z = (\csc^2 x)z^2$.
h) $(x^2 + 1)\sqrt{y} \frac{dy}{dx} = xe^{3x/2} + (1 - x^2)y\sqrt{y}$.
i) $6(x^2 + 1)y^2 \frac{dy}{dx} + 3x^2 + 2y^3 = 0$.

5. Halle la solución de cada uno de los siguientes problemas de valor inicial

- a) $(x^2 - 1) \frac{dy}{dx} + 2y = (x + 1)^2, \quad y(0) = 1$.
b) $x^2 \frac{dy}{dx} - 2xy = 3y^4, \quad y(1) = 0,5$.
c) $\cos y dx + (1 + e^{-x}) \sin y dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$.
d) $\frac{dy}{dx} = (-2x + y)^2 - 7, \quad y(0) = 0$.
e) $\frac{dy}{dx} = \cos(x + y), \quad y(0) = \frac{\pi}{4}$.
f) $ydx + x(\ln x - \ln y - 1)dy = 0, \quad y(1) = e$.