Departamento de Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales

Ph.D. Edgardo Álvarez

Taller 1

12 de febrero de 2019

1. Clasifique las siguientes ecuaciones diferenciales.

   a) $\sin(y') - y' = x + 3$.

   b) $\dfrac{d^2y}{dx^2} + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^3 = x^2 + \ln x$.

   c) $\dfrac{d}{dx}\left(x\dfrac{dy}{dx}\right) + x^2y = 0$.

   d) $u_{ttt} + au_{xx} = 0$.

2. Determine la región R donde el PVI

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = f(x,y), \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

   garantiza la existencia y unicidad de soluciones, donde f es la función:

   a) $f(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{1-x^2}}$.

   b) $f(x,y) = \dfrac{1+y^2}{\sqrt{x^2-9}}$.

   c) $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-y}}$.

   d) $f(x,y) = \ln(x^2-y^2)$.

   e) $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{1-x}{y-x}}$.

   f) $f(x,y) = \sqrt{\dfrac{x^2-1}{x^2-y}}$.

3. Resuelva las siguientes ecuaciones homogéneas.

a) $(2x^2 + y^2)dx - x^2 dy = 0.$

b) $(3y^2 + 4xy - x^2)dx - (2x^2 + 2xy)dy = 0.$

c) $(x^3 - x^2y - 10xy^2 - 3y^3)dx + (3xy^2 + 7x^2y)dy = 0.$

d) $(3x^3 - 3x^2y - 6xy^2 - y^3)dx + (xy^2 + 5x^2y)dy = 0.$

e) $[4x\cos(y/x) - 3x\sin(y/x) - y]dx + xdy = 0.$

f) $x(2y^4 - x^4)\dfrac{dy}{dx} = y(y^4 - x^4).$

g) $(x^2y - xy^2 + y^3)dx + (x^3 + x^2y + xy^2)dy = 0.$

h) $(x + ye^{y/x})dx - xe^{y/x}dy = 0.$

i) $y(\ln x - \ln y)dx = (x\ln x - x\ln y - y)dy.$

j) $(x + y\sin(y/x))\,dx - x\sin(y/x)dy = 0.$

k) $(y^4 - 2x^3y)dx + (x^4 - 2xy^3)dy = 0.$

l) $(4x^2 - xy + y^2)dx + (x^2 - xy + 4y^2)dy = 0.$

4. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales usando una sustitución conveniente.

   a) $\dfrac{dy}{dx} = e^{x-y}.$

   b) $\dfrac{dy}{dx} = \tan^2(x + y).$

   c) $\dfrac{dy}{dx} = 1 + e^{y-x+5}.$

   d) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1 - x - y}{x + y}.$

   e) $xy' = y\ln(xy).$

5. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales de Bernoulli.

   a) $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{6}{x^2 - 1}y = \dfrac{3(x+1)}{(x-1)\sqrt{x^2+1}}y^{2/3}.$

   b) $\dfrac{dy}{dx} + 2(\cot x)y = 4(\cos x)y^{1/2}.$

   c) $(2x^2y^2\ln x - y)dx + x\ln x\,dy = 0.$

   d) $x\dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{1}{2}\dfrac{x}{(x\sin x + \cos x)^2}y^{-1}.$

   e) $-2\dfrac{dy}{dx} + (\ln x)y = \ln x\left[\dfrac{2}{x} + (\ln x)^2\right]y^3.$

   f) $\dfrac{dz}{dx} - (2\tan x)z = z^2.$

   g) $\dfrac{dz}{dx} - (2\csc x + \cot x)z = (\csc^2 x)z^2.$

   h) $(x^2 + 1)\sqrt{y}\dfrac{dy}{dx} = xe^{3x/2} + (1 - x^2)y\sqrt{y}.$

   i) $6(x^2 + 1)y^2\dfrac{dy}{dx} + 3x^2 + 2y^3 = 0.$

6. Halle la solución de cada uno de los siguientes problemas de valor inicial

a) $(x^2-1)\dfrac{dy}{dx}+2y=(x+1)^2, \quad y(0)=1.$

b) $x^2\dfrac{dy}{dx}-2xy=3y^4, \quad y(1)=0{,}5.$

c) $\cos y\, dx+(1+e^{-x})\sin y\, dy=0, \quad y(0)=\frac{\pi}{4}.$

d) $\dfrac{dy}{dx}=(-2x+y)^2-7, \quad y(0)=0.$

e) $\dfrac{dy}{dx}=\cos(x+y), \quad y(0)=\frac{\pi}{4}.$

f) $ydx+x(\ln x-\ln y-1)dy=0, \quad y(1)=e.$