# Departamento de Matemáticas
# Ecuaciones Diferenciales

**Taller 3**

9 de octubre de 2018

1. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de coeficientes indeterminados.

   *a)* $y''' - y'' = 2 - 6x$.

   *b)* $y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}$.

   *c)* $y'' - 2y' + y = e^x + e^{2x}$.**(Resp/** $y = \frac{1}{2}x^2e^x + e^{2x}$**.)**

   *d)* $y'' + y = xe^x \sin 2x$.**(Resp/** $y = \frac{1}{50}(11 - 5x)e^x \sin 2x + \frac{1}{50}(2 - 10x)e^x \cos 2x$**.)**

   *e)* $y'' + 4y = \sin x$.

   *f)* $y^{(3)} + y'' = 3e^x + 4x^2$.

   *g)* $y'' + 6y' + 13y = e^{-2x} \cos 2x$.

   *h)* $y^{(4)} + 3y'' - 4y = \sin 2x + 6e^{3x}$.

2. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de variación de parámetros.

   *a)* $y'' + 4y = \sec 2x$.**(Resp/** $y = (A + \frac{1}{2}x)\sin 2x + (B + \frac{1}{4}\ln|\cos 2x|)\cos 2x$**.)**

   *b)* $y'' - y = \sec^3 x - \sec x$. **(Resp/** $y = Ae^x + Be^{-x} + \frac{1}{2}\sec x$**.)**

   *c)* $y''' + y' = \tan x$

   *d)* $y''' - 7y'' + 14y' - 8y = \ln x$.

3. Resuelva las ecuaciones de Cauchy-Euler.

   *a)* $4x^2y'' + 4xy' - y = 0$.

   *b)* $x^4y^{(4)} + 6x^3y''' + 9x^2y'' + 3xy' + y = 0$.

   *c)* $2x^2y'' + 5xy' + y = x^2 - x$.

   *d)* $x^2y'' + xy' - y = \dfrac{1}{x+1}$.

   *e)* $x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 3 + \ln x^3$.

4. Halle la solución en cada de cada una de la siguientes ecuaciones diferenciales dado que $y_1$ es una solución de la homogénea asociada.

*a*) $x^2y'' - xy' - 3y = x^2, \quad y_1(x) = x^3.$

*b*) $(x^2+1)y'' - 2xy' + 2y = 6(x^2+1)^2, \quad y_1(x) = x.$

*c*) $x\dfrac{d^2y}{dx^2} - (x+3)\dfrac{dy}{dx} + 3y = 4x^4e^x, \quad y_1(x) = e^x.$

*d*) $x^2y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)y = x^{3/2}\cos x, \quad y_1(x) = x^{-1/2}\cos x.$

*e*) $(x^2-1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2-1)^2, \quad y_1(x) = x.$

*f*) $y'' + (\tan x)y' - 6\left(\cot^2 x\right)y = \cos^2 x, \quad y_1(x) = 2\sin^3 x.$

*g*) $(x^4 - x^2)y'' - (3x^3 - x)y' + 8y = (x^2-1)^2, \quad y_1(x) = x^4.$

*h*) $(x^4 + x^2)y'' - (x^3 - x)y' - 4y = (x^2+1)^2, \quad y_1(x) = x^2.$

*i*) $y'' - (2\tan x)y' + 3y = 2\sec x, \quad y_1(x) = \sin x.$

*j*) $(x\sin x + \cos x)\dfrac{d^2y}{dx^2} - (x\cos x)\dfrac{dy}{dx} + (\cos x)y = x, \quad y_1(x) = x.$

*k*) $(x^2+1)^2y'' - 4x(x^2+1)y' + 6(x^2-2)y = (x^2+1)^3e^x, \quad y_1(x) = x^2+1.$

*l*) $(x^2-3)^2y'' - 4x(x^2-3)y' + (6x^2+6)y = \dfrac{(x^2-3)^3}{x^2}, \quad y_1(x) = 3x - x^3.$

*m*) $x^2y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = x^3 - 2x^4, \quad y_1(x) = x.$

*n*) $x(x+2)y'' - (3x+8)y' + \dfrac{4x+12}{x}y = x^4e^{2x}, \quad y_1(x) = x^2.$

*ñ*) $(x^2+4)y'' - 2xy' + 2y = \dfrac{(x^2+4)^2}{x^2}, \quad y_1(x) = x^2 - 4.$

5. Halle la solución general de la ecuación

$$xy'' - 2(x+1)y' + (x+2)y = x^3e^{2x}$$

para $x > 0$, si se sabe que una solución de la ecuación homogénea es de la forma $y_1 = e^{rx}$. (Ayuda: Halle el valor o valores exacto(s) de $r$).