

Departamento de Matemáticas
Ecuaciones Diferenciales

Taller 3

8 de abril de 2019

1. Halle la solución de

a) $2y''' - y'' + 18y' - 9y = 0.$

b) $y''' - 2y'' - 2y' - 3y = 0.$

c) $y''' - 2y'' - 3y' = 0.$

d) $y^{(4)} + 4y''' + 6y'' + 4y' + y = 0.$

e) $y^{(4)} - 16y = 0.$

f) $y^{(4)} + 16y = 0.$

g) $y'' + 4y' + 5y = 0$ con $y(0) = 2$, $y'(0) = 0.$

h) $y^{(4)} + 4y''' + 8y'' + 8y' + 4y = 0.$ (**Resp/** $y = e^{-x}[(c_1 + c_2x) \cos x + (c_3 + c_4x) \sin x]$).

i) $y^{(6)} + 8y^{(4)} + 16y'' = 0.$

2. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de coeficientes indeterminados.

a) $y''' - y'' = 2 - 6x.$

b) $y'' + 4y' + 4y = 8e^{-2x}.$

c) $y'' - 2y' + y = e^x + e^{2x}.$ (**Resp/** $y = \frac{1}{2}x^2e^x + e^{2x}.$)

d) $y'' + y = xe^x \sin 2x.$ (**Resp/** $y = \frac{1}{50}(11 - 5x)e^x \sin 2x + \frac{1}{50}(2 - 10x)e^x \cos 2x.$)

e) $y'' + 4y = \sin x.$

f) $y^{(3)} + y'' = 3e^x + 4x^2.$

g) $y'' + 6y' + 13y = e^{-2x} \cos 2x.$

h) $y^{(4)} + 3y'' - 4y = \sin 2x + 6e^{3x}.$

3. Halle la solución de las siguientes ecuaciones usando el método de variación de parámetros.

a) $y'' + 4y = \sec 2x.$ (**Resp/** $y = (A + \frac{1}{2}x) \sin 2x + (B + \frac{1}{4} \ln |\cos 2x|) \cos 2x.$)

b) $y'' - y = \sec^3 x - \sec x.$ (**Resp/** $y = Ae^x + Be^{-x} + \frac{1}{2} \sec x.$)

c) $y''' + y' = \tan x$

d) $y''' - 7y'' + 14y' - 8y = \ln x$.

4. Resuelva las ecuaciones de Cauchy-Euler.

a) $4x^2y'' + 4xy' - y = 0$.

b) $x^4y^{(4)} + 6x^3y''' + 9x^2y'' + 3xy' + y = 0$.

c) $2x^2y'' + 5xy' + y = x^2 - x$.

d) $x^2y'' + xy' - y = \frac{1}{x+1}$.

e) $x^3y''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 3 + \ln x^3$.

5. Halle la solución en cada de cada una de la siguientes ecuaciones diferenciales dado que y_1 es una solución de la homogénea asociada.

a) $x^2y'' - xy' - 3y = x^2$, $y_1(x) = x^3$.

b) $(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 6(x^2 + 1)^2$, $y_1(x) = x$.

c) $x \frac{d^2y}{dx^2} - (x + 3) \frac{dy}{dx} + 3y = 4x^4 e^x$, $y_1(x) = e^x$.

d) $x^2y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = x^{3/2} \cos x$, $y_1(x) = x^{-1/2} \cos x$.

e) $(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2 - 1)^2$, $y_1(x) = x$.

f) $y'' + (\tan x)y' - 6(\cot^2 x)y = \cos^2 x$, $y_1(x) = 2 \sin^3 x$.

g) $(x^4 - x^2)y'' - (3x^3 - x)y' + 8y = (x^2 - 1)^2$, $y_1(x) = x^4$.

h) $(x^4 + x^2)y'' - (x^3 - x)y' - 4y = (x^2 + 1)^2$, $y_1(x) = x^2$.

i) $y'' - (2 \tan x)y' + 3y = 2 \sec x$, $y_1(x) = \sin x$.

j) $(x \sin x + \cos x) \frac{d^2y}{dx^2} - (x \cos x) \frac{dy}{dx} + (\cos x)y = x$, $y_1(x) = x$.

k) $(x^2 + 1)^2y'' - 4x(x^2 + 1)y' + 6(x^2 - 2)y = (x^2 + 1)^3 e^x$, $y_1(x) = x^2 + 1$.

l) $(x^2 - 3)^2y'' - 4x(x^2 - 3)y' + (6x^2 + 6)y = \frac{(x^2 - 3)^3}{x^2}$, $y_1(x) = 3x - x^3$.

m) $x^2y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = x^3 - 2x^4$, $y_1(x) = x$.

n) $x(x + 2)y'' - (3x + 8)y' + \frac{4x + 12}{x}y = x^4 e^{2x}$, $y_1(x) = x^2$.

ñ) $(x^2 + 4)y'' - 2xy' + 2y = \frac{(x^2 + 4)^2}{x^2}$, $y_1(x) = x^2 - 4$.

6. Halle la solución general de la ecuación

$$xy'' - 2(x + 1)y' + (x + 2)y = x^3 e^{2x}$$

para $x > 0$, si se sabe que una solución de la ecuación homogénea es de la forma $y_1 = e^{rx}$.
(Ayuda: Halle el valor o valores exacto(s) de r).