

## Departamento de Matemáticas

Final A

22 de mayo de 2018

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- El examen tiene una duración de **80 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [1.0 pts] Evalúe  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s+4}{s^2+2s+10} \right\}$ .

2. [2.5 pts]

a) [0.5 pts] Demuestre que  $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{1}{s} - \frac{2}{s}e^{-s}$  donde  $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ -1 & \text{si } t \geq 1. \end{cases}$

b) [0.5 pts] Demuestre que  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s+1)} \right\} = 1 - e^{-t}$ .

c) [0.5 pts] Demuestre que  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s+1)} e^{-s} \right\} = \mathcal{U}(t-1) - e^{-(t-1)}\mathcal{U}(t-1)$ .

d) [1.0 pts] Resuelva el PVI

$$y' + y = f(t), \quad y(0) = 0,$$

donde  $f(t)$  es la función del inciso a).

3. [1.5 pts] Resuelva la ecuación integral

$$\frac{dy}{dt} + 6y(t) + 9 \int_0^t y(\tau) d\tau = 1, \quad y(0) = 0.$$

Tabla de transformadas

$\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}, \quad s > a$	$\mathcal{L}\{\cos kt\} = \frac{s}{s^2+k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$	$\mathcal{L}\{\sin kt\} = \frac{k}{s^2+k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$	$\mathcal{L}\{f(t-a)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}F(s), \quad a > 0$
$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0^+)$	$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = F(s)G(s), \text{ donde } (f * g)(t) = \int_0^t f(\theta)g(t-\theta)d\theta.$
$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0^+) - f'(0^+)$	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\frac{d}{ds}F(s)$