

Departamento de Matemáticas

Final A

18 de noviembre de 2017

Nombre: _____

Instrucciones:

- El examen tiene una duración de **90 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [1.5 pts] Evalúe $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s+6}{s^2+6s+25} \right\}$.

2. [2.5 pts]

a) [0.5 pts] Demuestre que $\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{2}{s} - \frac{4}{s}e^{-s}$ donde $f(t) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ -2 & \text{si } t \geq 1. \end{cases}$

b) [1.0 pts] Demuestre que $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s(s+1)} e^{-s} \right\} = \mathcal{U}(t-1) - e^{-(t-1)}\mathcal{U}(t-1)$.

c) [1.0 pts] Resuelva el PVI

$$y' + y = f(t), \quad y(0) = 0,$$

donde $f(t)$ es la función del inciso a).

3. [1.0 pts] Resuelva la ecuación integral

$$y(t) = t + 1 - \int_0^t y(\theta)(t-\theta)d\theta.$$

Tabla de transformadas

$\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}, \quad s > a$	$\mathcal{L}\{\cos kt\} = \frac{s}{s^2+k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$	$\mathcal{L}\{\sin kt\} = \frac{k}{s^2+k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$	$\mathcal{L}\{f(t-a)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}F(s), \quad a > 0$
$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0^+)$	$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = F(s)G(s), \text{ donde } (f * g)(t) = \int_0^t f(\theta)g(t-\theta)d\theta.$
$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0^+) - f'(0^+)$	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\frac{d}{ds}F(s)$