

## Departamento de Matemáticas

Final B

25 de mayo de 2017

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Instrucciones:**

- El examen tiene una duración de **100 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [1.0 pts] Evalúe

a) [0.4 pts]  $\mathcal{L}\{t \sin 2t\}$ .

b) [0.6 pts]  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\arctan\left(\frac{1}{s}\right)\right\}$ .

2. [2.0 pts] Resuelva la ecuación integro-diferencial

$$f'(t) + 4 \int_0^t f(y) dy = t + 2 \sin 2t + 2\mathcal{U}(t - \pi/2), \quad f(0) = 1.$$

3. a) [0.4 pts] Evalúe  $\mathcal{L}\{E(t)\}$  donde  $E(t) = \begin{cases} 5 & \text{si } 0 \leq t < \pi \\ 4e^{-t+\pi} + 5 & \text{si } t \geq \pi. \end{cases}$

b) [0.4 pts] Evalúe  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{5}{s(s^2 + 2s + 5)}\right\}$ .

c) [0.6 pts] Evalúe  $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{4}{(s+1)(s^2 + 2s + 5)}e^{-\pi s}\right\}$ .

d) [0.6 pts] Use la transformada de Laplace para determinar la carga  $q(t)$  en un circuito *LRC* en serie donde  $L = 1H$ ,  $R = 2\Omega$ ,  $C = \frac{1}{5}F$  y  $E(t)$  es la función del inciso (a), cuando  $q(0) = 0$  e  $i(0) = 0$ .

Tabla de transformadas

$\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}, \quad s > a$	$\mathcal{L}\{\cos kt\} = \frac{s}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$	$\mathcal{L}\{\sin kt\} = \frac{k}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$	$\mathcal{L}\{f(t-a)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}F(s), \quad a > 0$
$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0^+)$	$\mathcal{L}\{f(t) * g(t)\} = F(s)G(s)$
$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0^+) - f'(0^+)$	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\frac{d}{ds}F(s)$