

Departamento de Matemáticas

Parcial 2A

30 de septiembre de 2017

Nombre: _____

1. [1.2 pts] Conteste verdadero (**V**) o falso (**F**) justificando (brevemente) sus respuestas al lado de cada inciso.

a) [0.3 pts] El Teorema de Existencia y Unicidad asegura que el PVI $(x+1)y'' + x^2y' - y = 0$ con condiciones iniciales $y(0) = 1$ y $y'(0) = 0$ tiene solución única en $I = (-1, 1)$ _____

b) [0.3 pts] Dado que $y_1 = \ln x$ es una solución de $xy'' + y' = 0$, se puede asegurar que otra solución es $y_2 = x^3$ _____

c) [0.3 pts] La ecuación diferencial $y^{(4)} + 4y = 0$ tiene a lo más dos soluciones linealmente independientes _____

d) [0.3 pts] Una solución particular de $y'' + 4y = 12x^2 - 16$ es $y_p = 3x^2 - 5$ _____

2. [1.4 pts] Considere la ecuación diferencial

$$xy \, dx + (2x^2 + 3y^2 - 20)dy = 0.$$

a) [0.4 pts] Demuestre que no es exacta.

b) [0.4 pts] Halle un factor integrante.

c) [0.6 pts] Halle la solución general.

3. [1.4 pts] Demuestre que $\{e^x, e^{2x}, e^{3x}\}$ forma un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0, \quad I = (-\infty, \infty).$$

4. [1.0 pts] Un tanque contiene salmuera (solución salina) que tiene una concentración de sal de 1 lib/gal y una cantidad inicial de 20 libras de sal. Una primera llave agrega agua pura al tanque a una velocidad de 1 gal/min durante 10 minutos, al cabo de los cuales se cierra y en ese mismo instante se abre una segunda llave la cual agrega al tanque salmuera con una concentración de 0,5 lib/gal a una velocidad de 4 gal/min. En todo momento la salmuera está bien mezclada en el tanque y sale a razón de 2 gal/min.

a) [0.6 pts] **Plantee** el modelo que se usa para encontrar la cantidad de sal que hay en el tanque a los 10 minutos.

b) [0.4 pts] **Plantee** el modelo que se usa para encontrar la cantidad de sal que hay en el tanque a los 20 minutos.