

Departamento de Matemáticas

Parcial II de práctica

16 de marzo de 2018

Nombre: _____

Instrucciones:

- El examen tiene una duración de **120 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [1.0 pts] Conteste verdadero (**V**) o falso (**F**) justificando (brevemente) sus respuestas al lado de cada inciso.

a) [0.2 pts] El Teorema de Existencia y Unicidad asegura que el PVI $(x + 1)y'' + x^2y' - y = 0$ con condiciones iniciales $y(0) = 1$ y $y'(0) = 0$ tiene solución única en $I = (-1, 1)$ _____

b) [0.2 pts] Dado que $y_1 = \ln x$ es una solución de $xy'' + y' = 0$, se puede asegurar que otra solución es $y_2 = x^3$ _____

c) [0.2 pts] La ecuación diferencial $y^{(4)} + 4y = 0$ tiene a lo más dos soluciones linealmente independientes _____

d) [0.2 pts] Una solución particular de $y'' + 4y = 12x^2 - 16$ es $y_p = 3x^2 - 5$ _____

e) [0.2 pts] Un conjunto linealmente independiente es un conjunto fundamental de soluciones _____.

2. [1.0 pts] Considere la ecuación diferencial

$$(y^2 + xy^3) dx + (5y^2 - xy + y^3 \sin y) dy = 0.$$

a) [0.2 pts] Demuestre que no es exacta.

b) [0.4 pts] Halle un factor integrante.

c) [0.4 pts] Halle la solución general.

3. [1.0 pts]

a) [0.8 pts] Demuestre que $\{e^x, e^{2x}, e^{3x}\}$ forma un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0, \quad I = (-\infty, \infty).$$

b) [0.2 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial.

4. [1.0 pts] Dos grandes tanques A y B del mismo tamaño se llenan con fluidos diferentes. Los fluidos en los tanques A y B se mantienen a 0°C y a 100°C , respectivamente. Una pequeña barra de metal, cuya temperatura inicial es de 100°C , se sumerge dentro del tanque A . Después de 1 minuto la temperatura de la barra es de 90°C . Después de 2 minutos se saca la barra del tanque A e inmediatamente se transfiere al tanque B . Después de 1 minuto en el tanque B la temperatura de la barra se eleva 10°C . ¿Cuánto tiempo, medido desde el inicio de todo el proceso, le tomará a la barra alcanzar los $99,9^\circ\text{C}$?
5. [1.0 pts] Una tanque de 120 galones contiene inicialmente 90 libras de sal disueltas en 90 galones de agua. Salmuera que contiene 2 lib/gal de sal fluye al tanque a una razón de 4 gal/min, y bien mezclada sale del tanque a una razón de 3 gal/min. ¿Cuánta sal hay en el tanque cuando éste está lleno?