

Departamento de Matemáticas

Ecuaciones Diferenciales
Rúbrica del examen final

27 de mayo de 2019

Nombre: _____ Profesor: _____

Instrucciones:

- El examen tiene una duración de **90 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [3.5 pts]

a) [0.4 pts] Evalúe $\mathcal{L}\{f(t)\}$ donde $f(t) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 \leq t < 3 \\ -2 & \text{si } t \geq 3. \end{cases}$

- Escribe correctamente la función f en términos de la función escalón unitario: 0.2 pts.
- Aplica la transformada de Laplace correctamente: 0.2 pts.

b) [1.5 pts] Evalúe $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{4}{s(s^2 + 2s + 4)} \right\}$.

- Halla correctamente las constantes de las fracciones parciales: 0.2 pts cada una (0.6 pts).
- Obtiene correctamente la transformada de Laplace de cada una de las tres expresiones aplicando el primer teorema de traslación: 0.3 pts cada una (0.9 pts).

c) [0.5 pts] Evalúe $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{4}{s(s^2 + 2s + 4)} e^{-3s} \right\}$.

- Identifica que debe aplicar el segundo teorema de traslación y escribe la notación indicada: 0.2 pts.
- Multiplica la función escalón unitario y evalúa la función en $t - 3$: 0.3 pts.

d) [1.1 pts] Una masa de 1 kg. estira un resorte $5/2$ mts. Al inicio la masa se libera desde el reposo en la posición de equilibrio y el movimiento posterior toma lugar en un medio que ofrece una fuerza de amortiguamiento igual a dos veces la velocidad instantánea. Si la fuerza en el inciso a) actúa sobre la masa, encuentre la ecuación del movimiento (esto es, plantee el problema de valor inicial y encuentre su solución).

- Plantea el PVI correctamente: 0.5 pts.
- Resuelve el problema de valor inicial correctamente: 0.6 pts.

2. [1.5 pts] Resuelva la ecuación integro-diferencial $f'(t) = 1 - 4 \int_0^t f(\tau) d\tau$, $f(0) = 4$.

- Halla correctamente las transformada de Laplace de cada término: 0.6 pts (0.4 pts el término integral y 0.1 pts cada uno de los restantes).
- Despeja correctamente $F(s)$: 0.6 pts.
- Halla la solución de la ecuación tomando correctamente la transformada inversa en el paso anterior: 0.3 pts.

Tabla de transformadas

$\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}, \quad s > a$	$\mathcal{L}\{\cos kt\} = \frac{s}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$	$\mathcal{L}\{\sin kt\} = \frac{k}{s^2 + k^2}, \quad s > 0$
$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s-a)$	$\mathcal{L}\{f(t-a)\mathcal{U}(t-a)\} = e^{-as}F(s), \quad a > 0$
$\mathcal{L}\{f'(t)\} = sF(s) - f(0^+)$	$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = F(s)G(s)$, donde $(f * g)(t) = \int_0^t f(\theta)g(t-\theta)d\theta$.
$\mathcal{L}\{f''(t)\} = s^2F(s) - sf(0^+) - f'(0^+)$	$\mathcal{L}\{tf(t)\} = -\frac{d}{ds}F(s)$