UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas

Parcial 2A

29 de septiembre de 2018

Nombre:_____

Instrucciones:

- El examen tiene una duración de **80 minutos**.
- El uso y/o posesión de cualquier tipo de celular y/o calculadora durante el examen es causal de anulación.

1. [1.2 pts] Resuelva la siguiente ecuación diferencial de Bernoulli:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{1}{x}y = \frac{\cos x}{x^3}y^{-2}.$$

- Hace la sustitución correctamente: 0.4 pts.
- Deja la ecuación en forma lineal estándar: 0.2 pts.
- Resuelve la ecuación lineal resultante correctamente: 0.4 pts.
- Despeja la variable original de la ecuación correctamente y escribe la respuesta correcta: 0.2 pts.

2. [1.8 pts]

   a) [1.5 pts] Demuestre que $\{1, \cos x, \sin x\}$ forma un conjunto fundamental de soluciones para la ecuación diferencial

$$y''' + y' = 0, \quad I = (-\infty, \infty).$$

   b) [0.3 pts] Escriba la solución general de la ecuación diferencial.

- Calcula correctamente el Wronskiano: 0.6 pts.
- Justifica correctamente que es diferente de cero para todo x en el intervalo: 0.1 pts.
- Justifica correctamente que el conjunto es linealmente independiente: 0.2 pts.
- Comprueba que cada función dada es una solución de la ecuación dada: 0.6 pts.
- Escribe la solución general de la ecuación correctamente: 0.3 pts.

3. [2.0 pts] Un tanque está lleno de 100 litros de agua en los que se han disuelto 20 kilogramos de sal. Otra mezcla que contiene 1 kilogramo de sal por litro es bombeada al tanque a razón de 7 litros por minuto. La solución mezclada es bombeada hacia el exterior a razón de 8 litros por minuto.

   a) [0.2 pts] Determine cuál es el volumen en cualquier tiempo t. ¿Cuál es el volumen después de 20 minutos?

   b) [0.2 pts] ¿Cuál es el tiempo de vaciado del tanque?

   c) [0.2 pts] Determine cuál es la concentración de salida en cualquier tiempo t.

   d) [1.4 pts] **Plantee el PVI** que modela la cantidad de sal $x(t)$ que hay en el tiempo t.

   Inciso *d*):

   - Identifica correctamente los datos iniciales: 0.5 pts.
   - Escribe correctamente la ecuación simplificada que modela el problema: 0.8 pts.
   - Escribe la condición inicial en el planteamiento del problema: 0.1 pts.