

Taller segundo parcial de cálculo 1 Anec.

1 Ejercicios de Interés compuesto del texto guía.

- Suponga que se invierten \$1000 durante 10 años al 6% compuesto anualmente. Encuentre el monto compuesto y el interés compuesto.
- Calcular el monto total cuando se invierten \$1000 durante cinco años a la tasa nominal de 8% compuesto trimestralmente
- En los problemas, encuentre (a) el monto compuesto y (b) el interés compuesto para la inversión.
 - Se invierten \$2000 durante 5 años a 3% compuesto anualmente.
 - Se invierten \$5000 durante 20 años a 5% compuesto anualmente.
 - Se invierten \$700 durante 15 años a 7% compuesto semestralmente.
 - Se invierten \$4000 durante 12 años a 7,5% compuesto semestralmente.
 - Se invierten \$3000 durante 16 años a 8,75% compuesto trimestralmente.
 - Se invierten \$6000 durante 2 años a 8% compuesto trimestralmente.
 - Se invierten \$5000 durante 2,5 años a 9% compuesto mensualmente.
 - Se invierten \$500 durante 5 años a 11% compuesto semestralmente.
 - Se invierten \$8000 durante 3 años a 6,25% compuesto diariamente. (Suponga el año de 365 días).
- En los siguientes problemas, encuentre la tasa efectiva que corresponda a la tasa nominal dada. Redondee las respuestas a tres decimales.
 - 3% compuesto semestralmente.
 - 5% compuesto trimestralmente.
 - 3.5% compuesto diariamente.
 - 6% compuesto diariamente.
- Encuentre la tasa efectiva de interés (redondeada a tres decimales) que es equivalente a una tasa nominal de 10% compuesta
 - anualmente
 - semestralmente
 - trimestralmente
 - mensualmente
 - diariamente.

6. Durante un periodo de cinco años, un capital original de \$2000 ascendió a \$2950 en una cuenta donde el interés era compuesto trimestralmente. Determine la tasa efectiva de interés redondeada a dos decimales.
7. Encuentre cuántos años tomaría duplicar un capital a la tasa efectiva dada. Proporcione su respuesta con un decimal.
 - (a) 9%
 - (b) 5%
8. Suponga que \$500 aumentan a \$588.38 en una cuenta de ahorros después de tres años. Si el interés se compone semestralmente, encuentre la tasa de interés nominal, compuesta semestralmente, ganada por el dinero.
9. ¿A qué tasa de interés nominal, compuesta anualmente, el dinero se duplicará en 8 años?
10. ¿Cuánto tiempo tendrá que pasar para que \$600 se conviertan en \$900 a una tasa anual de 6% compuesto trimestralmente?
11. Suponga que asistir a cierta universidad costó \$25 500 en el año escolar 2009-2010. Este precio incluye matrícula, habitación, alimentación, libros y otros gastos. Suponiendo una tasa efectiva de inflación de 3% para estos costos, determine cuáles serán los costos universitarios en el año escolar 2015-2016.
12. Una compañía importante de tarjetas de crédito tiene un cargo financiero del 1,5% mensual sobre el saldo no pagado. (a) ¿Cuál es la tasa nominal compuesta mensualmente? (b) ¿Cuál es la tasa efectiva?
13. ¿A cuánto ascenderán \$2000 en ocho años si se invirtieron a una tasa efectiva de 6% durante los primeros cuatro años y de ahí en adelante al 6% compuesto semestralmente?
14. Un inversionista tiene la opción de invertir una cantidad de dinero al 8% compuesto anualmente o bien al 7.8% compuesto semestralmente. ¿Cuál es la mejor de las dos tasas
15. Como una protección contra la inflación, un inversionista compró un Gran Torino 1972 en 1990 en \$90 000. El automóvil se vendió en el año 2000 en \$250 000. ¿Cuál es la tasa efectiva en que se apreció el valor del automóvil? Expresar la respuesta como un porcentaje redondeado a tres decimales
16. Encuentre el interés compuesto (redondeado a dos decimales) y la tasa efectiva (redondeada a tres decimales) si se invierten \$1000 durante cinco años a una tasa anual de 7% compuesto (a) trimestralmente, (b) mensualmente, (c) semanalmente, (d) diariamente.

2 Ejercicios de valor presente del texto guía.

1. En los siguientes problemas, encuentre el valor presente de los pagos futuros dados a la tasa de interés especificada.
 - (a) \$6000 pagaderos dentro de 20 años al 5% compuesto anualmente.
 - (b) \$3500 pagaderos dentro de ocho años al 6% compuesto anualmente.
 - (c) \$4000 pagaderos dentro de 12 años al 7% compuesto semestralmente.
 - (d) \$1950 pagaderos dentro de tres años al 16% compuesto mensualmente.
 - (e) \$9000 pagaderos dentro de 5,5 años al 8% compuesto trimestralmente.
 - (f) \$6000 pagaderos dentro de 6,5 años al 10% compuesto semestralmente.
 - (g) \$8000 pagaderos dentro de cinco años al 10% compuesto mensualmente.
 - (h) \$500 pagaderos dentro de tres años al 8,75% compuesto trimestralmente.
 - (i) \$5000 pagaderos dentro de dos años al 7,5% compuesto diariamente.
 - (j) \$1250 pagaderos dentro de 1,5 años al 13,5% compuesto semanalmente.
2. Una cuenta bancaria paga 5.3% de interés anual compuesto mensualmente. ¿Cuánto debe depositarse ahora de modo que la cuenta tenga exactamente \$12000 al final de un año?
3. Repita el problema 2 para una tasa nominal de 7.1% compuesto semestralmente.
4. Se contrata un fondo de inversión para un niño que ahora tiene 10 años de edad y se especifica que será por medio de un pago único, de modo que cuando cumpla 21 años reciba \$27 000. Encuentre de cuánto debe ser el pago si se supone una tasa de interés de 6% compuesto semestralmente.
5. Una deuda de \$750 que debe pagarse dentro de 10 años y otra de \$250 pagadera dentro de 12 años se saldarán por medio de un pago único ahora. Encuentre de cuánto es el pago si se supone una tasa de interés de 8% compuesto trimestralmente.
6. Una deuda de \$600 que debe pagarse dentro de tres años y otra de \$800 pagadera en cuatro años se saldarán por medio de un pago único dentro de dos años. Si la tasa de interés es de 8% compuesto semestralmente, ¿de cuánto será el pago?
7. Una deuda de \$7000 que debe pagarse dentro de cinco años se saldará por medio de un pago de \$3000 ahora y un segundo pago al final de los cinco años. ¿De cuánto debe ser el segundo pago si la tasa de interés es de 8% compuesto mensualmente?
8. Una deuda de \$5000 que debe pagarse dentro de cinco años y otra de \$5000 pagadera en 10 años serán saldadas mediante un pago de \$2000 dentro de dos años, un pago de \$4000 dentro de cuatro años y un pago final al término de seis años. Si la tasa de interés es de 2.5% compuesto anualmente, ¿de cuánto será el pago final?

9. Una deuda de \$3500 pagadera dentro de cuatro años y otra de \$5000 que debe pagarse en seis años serán saldadas mediante un pago de \$1500 ahora y tres pagos iguales a realizarse en años consecutivos a partir del próximo. Si la tasa de interés es de 7% compuesto anualmente, ¿de cuánto será cada uno de los pagos iguales?
10. Flujos de efectivo Repita el problema anterior para la tasa de interés de 6% compuesto semestralmente.
11. Suponga que una persona tiene las siguientes opciones para invertir \$10 000:(a) Colocar el dinero en una cuenta de ahorros que paga 6% compuesto semestralmente. (b) Invertir en un negocio donde el valor de la inversión después de ocho años es de \$16000.¿Cuál es la mejor elección?
12. A le debe a B dos cantidades de dinero: \$1000 más interés al 7% compuesto anualmente, que será pagada dentro de cinco años, y \$2000 más interés al 8% compuesto semestralmente, pagadera a siete años. Si ambas deudas se saldarán en un solo pago al final de seis años, encuentre el monto del pago si el valor del dinero es de 6% compuesto trimestralmente.
13. Encuentre el valor presente de \$10 000 pagaderos dentro de 10 años a una tasa bancaria de 10% compuesto diariamente. Suponga que el banco utiliza 360 días para determinar la tasa diaria y que hay 365 días en un año; esto es, la capitalización ocurre 365 veces en un año.
14. Un pagaré es un convenio por escrito para pagar una cantidad de dinero, ya sea por una petición o a un tiempo futuro definido. Cuando un pagaré se compra por el monto de su valor presente a una tasa de interés dada, se dice que se descuenta y la tasa de interés se denomina tasa de descuento. Suponga que un pagaré de \$10 000 debe pagarse dentro de ocho años y se vende a una institución financiera por \$4700. ¿Cuál es la tasa de descuento nominal con capitalización trimestral?
15. Pagaré (a) Repita el problema 14 con una capitalización mensual. (b) Sea r la tasa de descuento nominal del problema 14 y s la tasa de descuento nominal para el inciso (a). Pruebe, sin hacer referencia al valor futuro ni al valor presente del pagaré, que

$$s = 12 \left(\sqrt[3]{1 + \frac{r}{4}} - 1 \right)$$

3 Ejercicios sugeridos del texto guía de Anualidades

1. En los siguientes problemas encuentre el valor presente de la anualidad (ordinaria) dada.
 - (a) \$600 por año durante seis años a la tasa de 6% compuesto anualmente. (Respuesta 2950,39)
 - (b) \$1000 cada seis meses durante cuatro años a la tasa de 10% compuesto semestralmente.
 - (c) \$2000 por trimestre durante 4,5 años a la tasa de 8% compuesto cada trimestre. (Respuesta 29984,06)
 - (d) \$1500 por mes durante 15 meses a la tasa de 9% compuesto mensualmente.
2. En los siguientes problemas, determine el valor presente de la anualidad anticipada dada.
 - (a) \$900 pagaderos al inicio de cada seis meses durante siete años a la tasa de 8% compuesto semestralmente. (Respuesta 9887,08)
 - (b) \$150 pagaderos al inicio de cada mes durante cinco años a la tasa de 7% compuesto mensualmente.
3. En los siguientes problemas determine el valor futuro de la anualidad (ordinaria) dada.
 - (a) \$2000 por mes durante tres años a la tasa de 15% compuesto mensualmente. (Respuesta 90231)
 - (b) \$600 por trimestre durante cuatro años a la tasa de 8% compuesto trimestralmente.
 - (c) \$5000 por año durante 20 años a la tasa de 7% compuesto anualmente. (Respuesta 204977)
 - (d) \$2500 cada mes durante cuatro años a la tasa de 6% compuesto mensualmente.
4. En los siguientes problemas, encuentre el valor futuro de la anualidad anticipada dada.
 - (a) 15. \$1200 cada año durante 12 años a la tasa de 8% compuesto anualmente. (Respuesta 24594,36)
 - (b) 16. \$600 cada trimestre durante 7,5 años a la tasa de 10% compuesto trimestralmente.
5. Para una tasa de interés de 4% compuesto mensualmente, encuentre el valor presente de una anualidad de \$150 al final de cada mes durante ocho meses y de \$175 de ahí en adelante al final de cada mes durante dos años. (Respuesta 5106,27)
6. Arrendamiento de espacio para oficinas Una compañía desea arrendar temporalmente un espacio para oficinas durante un periodo de seis meses. El pago de la renta es de \$1500 mensuales por adelantado. Suponga que la compañía quiere realizar un pago total, al inicio del periodo de renta, para cubrir la renta de los seis meses. Si el valor del dinero es de 9% compuesto mensualmente, ¿de cuánto debe ser el pago?

7. Una anualidad que consiste en pagos iguales al final de cada trimestre durante tres años será comprada por \$15 000. Si la tasa de interés es de 4% compuesto trimestralmente, ¿de cuánto es cada pago? (Respuesta 1332,73)
8. Suponga que se colocan \$50 en una cuenta de ahorros al final de cada mes durante cuatro años. Si no se hacen depósitos posteriores, (a) ¿cuánto habrá en la cuenta después de seis años?, (b) ¿cuánto de esto es interés compuesto? Suponga que la cuenta de ahorros paga 6% compuesto mensualmente. (Respuesta 3048,85)
9. En 10 años, una máquina de \$40 000 tendrá un valor de salvamento de \$4000. Se espera que en ese momento una máquina nueva cueste \$52 000. Con el fin de disponer de fondos para cubrir la diferencia entre el costo de reemplazo y el valor de salvamento, se establece un fondo de amortización en el que se colocan pagos iguales al final de cada año. Si el fondo gana 7% compuesto anualmente, ¿de cuánto debe ser el pago? (Respuesta 3474,12)
10. En una cuenta de ahorros se depositarán pagos iguales al final de cada trimestre durante cinco años de modo que al final del tiempo haya \$3000. Si el interés es al 5,5% compuesto trimestralmente, encuentre el pago trimestral. (Respuesta 131,34)
11. Mary Jones ganó una lotería estatal por \$4 000 000 y recibirá un cheque por \$200 000 ahora y uno similar cada año durante los siguientes 19 años. Para garantizar estos 20 pagos, la Comisión Estatal de Loterías compró una anualidad anticipada a la tasa de interés de 10% compuesto anualmente. ¿Cuánto le costó la anualidad a la Comisión? (Respuesta 1872984,02)
12. Una persona amortiza un préstamo de \$170 000 para una casa nueva por medio de una hipoteca a 20 años y a una tasa de 7.5% compuesto mensualmente. Encuentre (a) el pago mensual, (b) los cargos totales por intereses y (c) el capital restante después de cinco años. (Respuesta a) 136951; b) 158682; c) 147733)

Fórmulas

1. anualidad ordinaria $i = \frac{r}{k}, \quad n = kt$

(a) Valor presente $A = \frac{R(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$

(b) Valor futuro $S = \frac{R((1 + i)^n - 1)}{i}$

2. anualidad anticipada $i = \frac{r}{k}, \quad n = kt$

(a) Valor presente $A = \frac{R(1 + i)(1 - (1 + i)^{-n})}{i}$

(b) Valor futuro $S = \frac{R(1 + i)((1 + i)^n - 1)}{i}$

4 Calcular los siguientes límites.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 1} = \frac{5}{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 7x - 6}{x^2 - 2x} = \frac{13}{2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^2 + x - 10} = \frac{4}{9}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 4}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - 1} = 1$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + x - 6}{3x^3 - 3x^2} = \frac{11}{3}$$

$$8. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$9. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = 2x$$

$$10. \lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 4t + 3}{t^2 - 2t - 3} = \frac{1}{2}$$

5 Diferenciación.

5.1 Calcular la derivada utilizando la definición $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$$1. f(x) = 3x^2$$

$$2. f(x) = 5x^3$$

$$3. f(x) = \frac{-2}{x}$$

$$4. f(x) = \sqrt{x}$$

$$5. f(x) = 4$$

$$6. f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

5.2 Calcular la derivada

1. $f(x) = 4x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 8x + 4$

2. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

3. $f(x) = \frac{-2}{x^2}$

4. $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2}$

5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

6. $f(x) = (x^3 + 2x - 1)(x^2 - 3)$

7. $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 3)$

8. $f(x) = \frac{5x^2 + 8}{x^2 + 1}$

Solution is $f'(x) = \frac{-6x}{(x^2 + 1)^2}$

9. $f(x) = \frac{3x^3 + 2}{3x^3 - 4}$

Solution is $f'(x) = \frac{-54x^2}{(3x^3 - 4)^2}$

10. $f(x) = \frac{5x^2 - 7x - 6}{x^2 - 2x}$

5.3 Recta tangente a la curva.

5.3.1 Encuentre la ecuación de la recta tangente a la curva en el punto indicado.

1. $y = x^2 + 1$ en el punto $(2, 5)$

2. $y = 4x^2 + 5x + 6$ en el punto $(1, 15)$

3. $y = \frac{x^2 + 4}{x^2 + 1}$ en el punto $x = 0$

4. $y = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$ en el punto $x = 1$

5. $y = 3 + x - 5x^2 + x^4$ en el punto $(0, 3)$

6. $y = \frac{\sqrt{x}(2 - x^2)}{x}$ en el punto $x = 4$

5.3.2 Encuentre todos los puntos sobre la curva donde la recta tangente es horizontal.

1. $y = \frac{5}{2}x^2 - x^3$

2. $y = \frac{x^5}{5} - x + 1$