Departamento de Matemáticas y Estadística
Taller de preparación para el Parcial I
Cálculo III (ANEC)

DERIVADAS PARCIALES

Este taller tiene el propósito de ofrecer al estudiante un buen material de estudio que abarca parte de la temática del primer corte de la asignatura, ver Parcelación y Programación Semanal del curso. El documento está basado en ejercicios de los textos [1], [2] y [3]. Para problemas similares a los que aquí están planteados puede revisar los parciales aplicados en semestres anteriores, ver página web de la materia:

`https://www.uninorte.edu.co/web/departamento-de-matematicas-y-estadistica/calculo-3-anec`

1. Encuentre la derivada parcial de la función con respecto a cada una de las variables.

   a) $f(x,y) = 6x^3 + 4y^2 - 8$.
   b) $g(x,y) = 4x^5 + 9$.
   c) $h(x,y) = e^4$.
   d) $f(x,y) = 2x^5y^4 - 3x^3y^3 + 4x - 2y + 3$.
   e) $g(x,y) = (3x^4 + 6x^3y^2 - 8)^4$.
   f) $h(x,y) = 4(x-1)^3 + 2(4y^3-2)^2 + 3xy^2$.
   g) $f(p,q) = 5\sqrt[3]{p^4q^7}$.
   h) $g(x,y) = ye^{-3x^2y^3}$.
   i) $h(u,v) = \dfrac{3u^3}{v^2}$.
   j) $f(x,y) = \dfrac{4x^3 - 2y^2}{y - x}$.
   k) $g(x,y) = \ln\left(\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}\right)$.
   l) $h(x,y) = \dfrac{\ln(4x^2 + 3y^4)}{y^3}$.
   m) $f(x,y) = e^{3x}\ln(xy)$.
   n) $g(w,z) = \sqrt[5]{2w^3 - 6z^4 + w^2z + 9}$.
   ñ) $h(u,v) = \dfrac{8u^2v}{u^2+v^2}$.
   o) $f(x,y) = 2(4x^2+3y)^2\sqrt{x^4+3y^2}$.
   p) $f(x,y,z) = e^{2x-y}\ln(8-z)$.
   q) $g(x,y,z) = 4x^3y^4 - 6x^2y^3 + 8y^4z^3$.
   r) $g(r,s,t) = \sqrt{r+s+t}e^{3t^4}$.
   s) $h(r,s,t) = 8\ln(4r^3 + 4s^4t^5)^6$.

---

2. En los siguientes ejercicios, evalúe las derivadas parciales en el punto dado.

   a) $f(x,y) = \dfrac{xy}{x-y}$; $(2,-2)$.
   b) $f(x,y) = ye^{-3x} + 3xe^{2y} + 4x^3y$; $(0,0)$.
   c) $f(x,y) = \dfrac{2xy}{\sqrt{4x^2+5y^3}}$; $(1,1)$.
   d) $f(x,y) = x^2y\ln\left(\dfrac{x}{y^2}\right) + \ln(x-2y^3)^2$; $(3,1)$.
   e) $f(x,y,z) = \sqrt{4x^3 + 6x^2y + 4z^3}$; $(0,1,1)$.
   f) $f(x,y,z) = \dfrac{4x^3y^2 - x^2 - y + z}{x^2y + xy^2 + yz}$; $(1,2,3)$.

---

3. Verifique que la función dada satisface la ecuación indicada.

   a) $\dfrac{\partial z}{\partial x} + z\dfrac{\partial z}{\partial y} - z = x$; $z(x,y) = \dfrac{1}{2}x^2 + y - 3$.
   b) $(xy - z^2)\dfrac{\partial z}{\partial x} + x\dfrac{\partial z}{\partial y} = z$; $z(x,y) = \sqrt{y^2 - 2x + 8}$.

c) $y\dfrac{\partial z}{\partial x} - x\dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; $z(x,y) = \dfrac{x^2+y^2}{2}$.

d) $x\dfrac{\partial z}{\partial x} - 2y\dfrac{\partial z}{\partial y} + \left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 2z = 0$; $z(x,y) = 1 - x^2 - \sqrt{2}y$.

e) $-x\dfrac{\partial z}{\partial x} - y\dfrac{\partial z}{\partial y} + \dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right] + z = 0$; $z(x,y) = \dfrac{1}{2}(1+x^2) - y$.

f) $z_x^2 + y^2 z_y - 5yz = 0$; $z(x,y) = x^2 y$.

g) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2 - 2z = 0$; $z(x,y) = \dfrac{(x-y+2)^2}{4}$.

h) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^3 - \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$; $z(x,y) = 2\sqrt{\dfrac{x^3}{4-27y}}$.

i) $2\dfrac{\partial z}{\partial x} + \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 2$; $z(x,y) = \dfrac{x+2x^2+y^2}{1+2x}$.

j) $\left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 1$; $z(x,y) = 2 - x$.

k) $\dfrac{\partial z}{\partial x} + \dfrac{\partial z}{\partial y} = e^{x-y} - e^{y-x}$; $z(x,y) = xe^{x-y} - ye^{y-x}$.

l) $x\dfrac{\partial z}{\partial x} + y\dfrac{\partial z}{\partial y} = 2z$; $z(x,y) = xye^{x/y}$.

Referencias

[1] A. Cabada Fernández. Problemas Resueltos de Ecuaciones en Derivadas Parciales. 2018.

[2] E. F. Haeussler, R. S. Paul, and R. J. Wood. *Matemáticas para administración y economía*. Pearson, décimo tercera edición, 2015.

[3] L. Hoffmann, G. Bradley, and K. H. Rosen. *Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales*. McGraw-Hill Interamericana, octava edición, 2006.