

## ÁREA DE UNA REGIÓN

Este taller tiene el propósito de ofrecer al estudiante un buen material de estudio que abarca parte de la temática del primer corte de la asignatura, ver Parcelación y Programación Semanal del curso. La mayoría de los ejercicios son tomados de los textos [1], [2], [3] y [4]. Para ejercicios similares a los que aquí están planteados puede revisar los parciales aplicados en semestres anteriores, ver página web de la materia:

<https://www.uninorte.edu.co/web/departamento-de-matematicas-y-estadistica/calculo-3-anecc>

1. Use una integral definida para encontrar el área de la región limitada por la curva, el eje  $x$  y las líneas dadas. En cada caso, primero haga el bosquejo de la región. Tenga cuidado con las áreas de las regiones que están debajo del eje  $x$ .

a)  $y = \frac{2}{5}x + 1; \quad x = 0, \quad x = 15$

b)  $y = x - 2; \quad x = 8$

c)  $y = 5x^2; \quad x = 1, \quad x = 3$

d)  $y = 3x^2 - 4x; \quad x = -1, \quad x = 2$

e)  $y = 10 - 4x - x^2$

f)  $y = \frac{2}{x}; \quad x = 2, \quad x = 8$

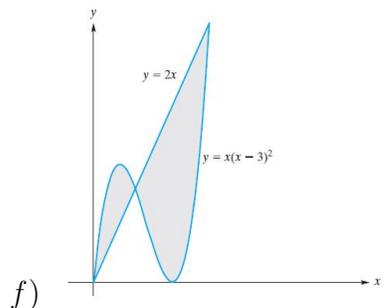
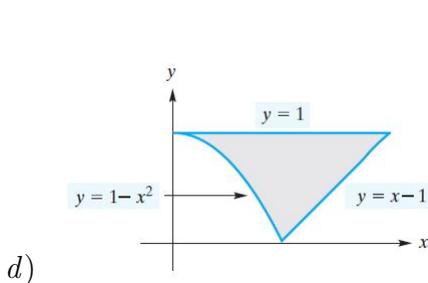
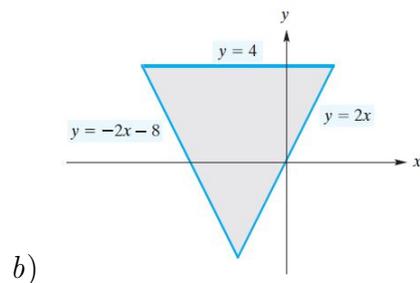
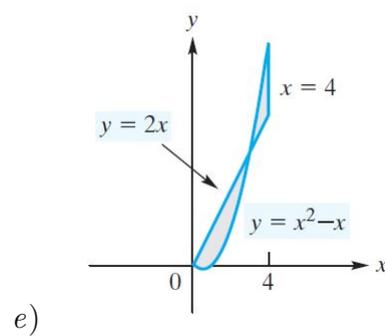
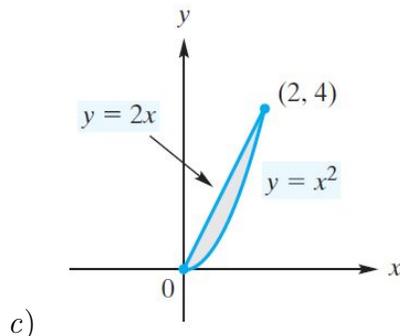
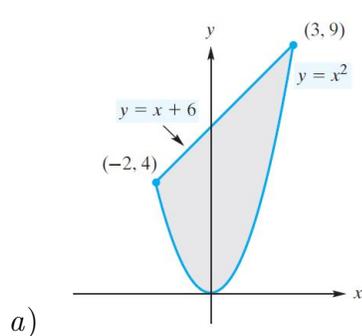
g)  $y = e^x; \quad x = 1, \quad x = 3$

h)  $y = \frac{1}{(x-1)^2}; \quad x = 2, \quad x = 3$

i)  $y = \sqrt{x+6}; \quad x = -6, \quad x = 0$

j)  $y = \sqrt{4x-3}; \quad x = 1, \quad x = 7$

2. Expresé el área de la región sombreada en términos de una integral y resuélvala.



3. Encuentre el área de la región limitada por las gráficas de las ecuaciones dadas. Asegúrese de encontrar los puntos de intersección requeridos. Considere si el uso de franjas horizontales hace más sencilla la integral que el uso de franjas verticales.

a)  $y = 2x^2$ ,  $y = 4x$

b)  $y = -x + 4$ ,  $y = x$ ,  $y = 0$

c)  $y = x^2 + 1$ ,  $y = x + 3$

d)  $y = 8 - x^2$ ,  $y = 2$

e)  $y = 4 - x^2$ ,  $y = -3x$

f)  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = x^2$

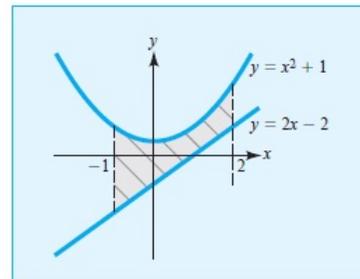
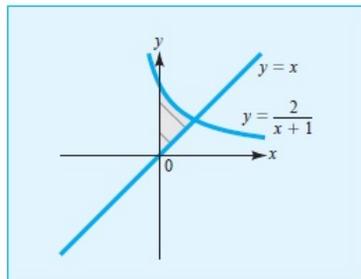
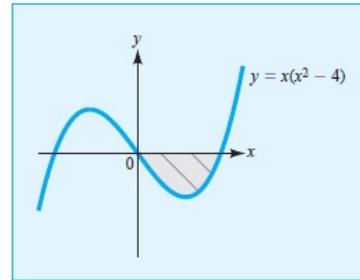
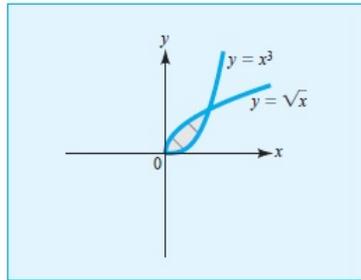
g)  $y = x^3$ ,  $y = -2x - 3$ ,  $y = 0$

h)  $y = 8 - x^2$ ,  $y = x^2$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$

i)  $y = x^3 + 1$ ,  $y = x + 1$

j)  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$

4. Determine el área de la región sombreada.



5. En los siguientes problemas determine el área de la región  $R$  del plano cartesiano indicada.

a)  $R$  está acotada por la recta  $y = 4x$  y la curva  $y = x^3 + 3x^2$ .

b)  $R$  es la región acotada por el eje  $x$  y la curva  $y = -x^2 + 4x - 3$ .

c)  $R$  es la región acotada por la curva  $y = x^2 - 2x$  y el eje  $x$ .

d)  $R$  es la región entre las curvas  $y = x^3 - 3x^2$  y  $y = x^2 + 5x$ .

e)  $R$  es el triángulo con vértices  $(-4, 0)$ ,  $(2, 0)$  y  $(2, 6)$ .

f)  $R$  es el trapecio acotado por las rectas  $y = x + 6$  y  $x = 2$ , y los ejes de coordenadas.

g)  $R$  es la región acotada por las curvas  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$ , y la recta  $x = 1$ .

h)  $R$  es la región acotada por las curvas  $y = e^x$ ,  $y = e^{-x}$ , y la recta  $x = \ln 2$ .

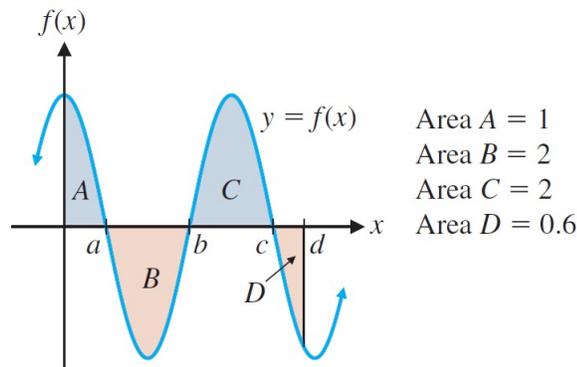
i)  $R$  es la región acotada por la curva  $y = \frac{1}{x^2}$  y las rectas  $y = x$  y  $y = \frac{\pi}{8}$ .

j)  $R$  es la región entre la curva  $y = x^3$  y la recta  $y = 9x$ .

k)  $R$  es el triángulo acotado por la recta  $y = 4 - 3x$  y los ejes de coordenadas.

l)  $R$  es la región acotada por las curvas  $y = x^2 - 2x$  y  $y = -x^2 + 4$ .

6. Utilice la gráfica y las áreas de las regiones indicadas en la figura para evaluar las integrales.



a)  $\int_a^b 5f(x)dx$

c)  $\int_d^b f(x)dx$

e)  $\int_0^d f(x)dx$

g)  $\int_c^b f(x)dx$

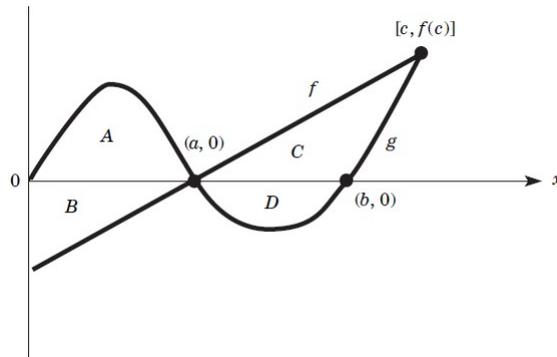
b)  $\int_b^c \frac{f(x)}{5}dx$

d)  $\int_a^c f(x)dx$

f)  $\int_b^a f(x)dx$

h)  $\int_d^0 f(x)dx$

7. En relación con la siguiente figura, determine las combinaciones de integrales definidas que calculen el área de: a) A, b) B, c) C y d) D.



## Referencias

- [1] J. C. Arya, R. W. Lardner, and V. H. Ibarra Mercado. *Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía*. Pearson, quinta edición, 2009.
- [2] R. Barnett, M. Ziegler, K. Byleen, and C. Stocker. *College Mathematics for Business, Economics, Life Sciences, and Social Sciences*. Pearson, fourteenth edition, 2019.
- [3] E. F. Haeussler, R. S. Paul, and R. J. Wood. *Matemáticas para administración y economía*. Pearson, décimo tercera edición, 2015.
- [4] L. Hoffmann, G. Bradley, and K. H. Rosen. *Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales*. McGraw-Hill Interamericana, octava edición, 2006.