

INTEGRAL DEFINIDA

Este taller tiene el propósito de ofrecer al estudiante un buen material de estudio que abarca parte de la temática del primer corte de la asignatura, ver Parcelación y Programación Semanal del curso. La mayoría de los ejercicios son tomados de los textos [1], [2] y [3]. Para ejercicios similares a los que aquí están planteados puede revisar los parciales aplicados en semestres anteriores, ver página web de la materia:

<https://www.uninorte.edu.co/web/departamento-de-matematicas-y-estadistica/calculo-3-anec>

1. Calcule cada integral definida.

$$a) \int_{-1}^2 (4x - 5) dx$$

$$h) \int_5^6 \frac{8}{(x-4)^3} dx$$

$$\tilde{n}) \int_{-1}^1 \frac{e^{-x} - e^x}{(e^{-x} + e^x)^2} dx$$

$$b) \int_{1/2}^{4/3} (x^2 + 2x + 3) dx$$

$$i) \int_0^4 x\sqrt{x^2 + 9} dx$$

$$o) \int_1^2 4xe^{2x} dx$$

$$c) \int_1^{16} (x^{1/4} - x^{-1/4}) dx$$

$$j) \int_0^{\sqrt{7}} \left[3x - \frac{x}{(x^2 + 2)^{4/3}} \right] dx$$

$$p) \int_0^1 x^3 e^x dx$$

$$d) \int_0^2 3x^3(x^4 - 1)^2 dx$$

$$k) \int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

$$q) \int_1^4 \sqrt{x} \ln x^9 dx$$

$$e) \int_3^{e^2+2} \frac{1}{x-2} dx$$

$$l) \int_{1/3}^{1/2} \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

$$r) \int_0^{\ln 2} x^2 e^{3x} dx$$

$$f) \int_{-3/2}^{9/4} \sqrt{4x+7} dx$$

$$m) \int_1^4 \frac{(\sqrt{x}-1)^{3/2}}{\sqrt{x}} dx$$

$$s) \int_1^2 x \ln(2x) dx$$

$$g) \int_0^1 5x^3 e^{2x^4} dx$$

$$n) \int_1^2 \frac{x+1}{2x^2+4x+4} dx$$

$$t) \int_{-5}^{1/3} \frac{x^2+3}{\sqrt[3]{3x+7}} dx$$

2. La función de costo marginal de un fabricante es

$$\frac{dc}{dq} = 0,004q^2 - 0,5q + 50.$$

Si c está en dólares, determine el costo de incrementar la producción de 90 a 180 unidades.

3. La función de ingreso marginal de un fabricante es

$$\frac{dr}{dq} = \frac{2000}{\sqrt{300q}}.$$

Si r está en dólares, encuentre el cambio en el ingreso total del fabricante si la producción aumenta de 500 a 800 unidades.

4. La tasa de cambio del ingreso producido por una máquina expendedora está dada por $f(t) = 5000e^{0,04t}$, donde t es el tiempo en años desde la instalación de la máquina. Encuentre el ingreso total producido por la máquina durante los primeros 5 años de operación.
-

5. En un análisis del precio de entrega de un artículo desde la fábrica hasta el cliente, DeCanio afirma que el precio promedio de entrega pagado por los consumidores está dado por

$$A = \frac{\int_0^R (m+x)[1-(m+x)]dx}{\int_0^R [1-(m+x)]dx},$$

donde m es el precio en la fábrica y x la distancia máxima al punto de venta. DeCanio determina que

$$A = \frac{m + \frac{R}{2} - m^2 - mR - \frac{R^2}{3}}{1 - m - \frac{R}{2}}.$$

Verifíquelo.

6. El banco de sangre de un hospital realiza una campaña de donación de sangre para reponer su inventario. El hospital estima que se donará sangre a una tasa de $f(t)$ pintas por día, donde

$$f(t) = 500e^{-0,4t}$$

y t indica la duración de la campaña de sangre en días. Si la meta de la campaña es obtener 1 000 pintas, ¿cuándo habrá alcanzado esa meta el hospital?

7. La demanda de un producto ha ido decreciendo a una tasa exponencial. La tasa anual de la demanda $d(t)$ es

$$d(t) = 250\,000e^{-0,15t},$$

donde $t = 0$ corresponde al 1 de enero de 2015. Si la demanda sigue disminuyendo a la misma tasa,

- Determine la tasa anual de demanda cuando $t = 4$.
 - ¿Cuántas unidades totales se espera que se demanden en el intervalo de tiempo comprendido entre 2015 y 2024 ($t = 0$ a $t = 10$)?
-

8. Un estado ha proyectado que el costo de la compensación por desempleo tendrá una tasa de $5e^{0,05t}$ millones de dólares por año, en t años a contar del momento actual.

- Calcule la compensación por desempleo total que se pagará en los próximos cinco años.
- ¿Cuánto tiempo transcurrirá antes que los beneficios totales pagados sean de \$200 millones?

Referencias

- [1] F. S. Budnick. *Matemáticas aplicadas para administración, economía y ciencias sociales*. McGraw-Hill Interamericana, cuarta edición, 2007.
- [2] E. F. Haeussler, R. S. Paul, and R. J. Wood. *Matemáticas para administración y economía*. Pearson, décimo tercera edición, 2015.
- [3] L. Hoffmann, G. Bradley, and K. H. Rosen. *Cálculo aplicado para administración, economía y ciencias sociales*. McGraw-Hill Interamericana, octava edición, 2006.