

Nombre completo: _____ Código: _____

1. [20 pts] Resuelva las integrales indefinidas dadas a continuación.

(a) [5 pts] $\int (x^2 - 3)(6 - 2x^5) dx$.

(b) [9 pts] $\int \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx$. *Sugerencia:* Use una sustitución adecuada.

(c) [6 pts] $\int (4x - 3)e^{5x} dx$. *Sugerencia:* Use integración por partes o el método de tabulación.

2. [10 pts] El banco de sangre de un hospital realiza una campaña de donación de sangre para reponer su inventario. El hospital estima que se donará sangre a una tasa de $f(t)$ pintas por día, donde

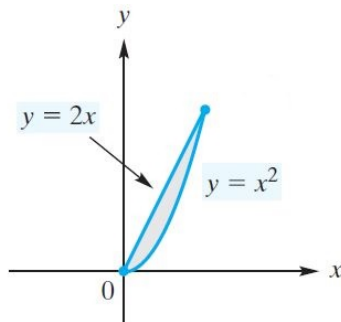
$$f(t) = 600e^{-0.5t}$$

y t indica la duración de la campaña de sangre en días. Si la meta de la campaña es obtener 1 000 pintas, ¿cuándo habrá alcanzado esa meta el hospital?

3. [8 pts] Use la regla del trapecio o la regla de Simpson para aproximar el ingreso total recibido por la producción y venta de 80 unidades de un producto, si los valores de la función de ingreso marginal dr/dq son los siguientes:

q (unidades)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\frac{dr}{dq}$ (\$ por unidad)	10	9	8.5	8	8.5	7.5	7	6.5	7

4. [12 pts] Determine el área de la región sombreada.



Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución

$$\boxed{1} \text{ a) } \int (x^2-3)(6-2x^5) dx$$

$$= -\frac{1}{4}x^8 + x^6 + 2x^3 - 18x + C.$$

$$\text{b) } \int \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx ; \quad u=x-2$$

$$du=dx$$

$$= \int u^{-1/2} du = 2u^{1/2} + C$$

$$= 2\sqrt{x-2} + C.$$

$$\text{c) } \int (4x-3)e^{5x} dx$$

Derivar integrar

$4x-3$	+	e^{5x}
4	-	$\frac{1}{5}e^{5x}$
0	-	$\frac{1}{25}e^{5x}$

$$\Rightarrow \int (4x-3)e^{5x} dx = \frac{1}{5}(4x-3)e^{5x} - \frac{4}{25}e^{5x} + C.$$

$$= \frac{4}{5}xe^{5x} - \frac{19}{25}e^{5x} + C.$$

$$\boxed{2} \text{ El hospital alcanzará la meta cuando}$$

$$1000 = \int_0^t 600e^{-0,5u} du. \quad (*)$$

Ahora bien,

$$\int_0^t 400e^{-0,5u} = \frac{600}{-0,5} e^{-0,5u} \Big|_0^t$$

$$= -1200(e^{-0,5t} - 1) \quad (**).$$

Por (*) y (**),

$$-1200(e^{-0,5t} - 1) = 1000$$

$$\Rightarrow t = 2 \ln 6$$

$$\approx 3,58$$

$\boxed{3}$ Sea $r(q)$ el ingreso en términos de q unidades. Dado que

$$\int_0^{80} \frac{dr}{dq} dq = r(q) \Big|_0^{80}$$

$$= r(80) - r(0)$$

$$= r(80)$$

$$\Rightarrow r(80) = \int_0^{80} \frac{dr}{dq} dq.$$

Encontremos aproximaciones de la integral anterior. Aquí,

$$a=0, b=80, n=8 \Rightarrow h = \frac{b-a}{n} = 10.$$

• Regla del trapecio

$$r(80) \approx \frac{h}{2} [r'(a) + 2r'(a+h) + \dots + 2r'(a+7h) + r'(b)]$$

$$= \frac{10}{2} [10 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 8,5 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 8,5$$

$$+ 2 \cdot 7,5 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 6,5 + 7] = 635$$

• Regla de Simpson

$$r(80) \approx \frac{h}{3} [r'(a) + 4r'(a+h) + 2r'(a+2h)$$

$$+ \dots + 4r'(a+7h) + r'(b)]$$

$$= \frac{10}{3} [10 + 4 \cdot 9 + 2 \cdot 8,5 + 4 \cdot 8 + 2 \cdot 8,5 + 4 \cdot 7,5$$

$$+ 2 \cdot 7 + 4 \cdot 6,5 + 7] = 630.$$

$\boxed{4}$ Puntos de corte:

$$2x = x^2 \Rightarrow 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x=0 \vee x=2$$

Entonces, el área de la región sombreada R está dada por

$$a(R) = \int_0^2 [2x - x^2] dx = \frac{4}{3}.$$