

Alumno: \_\_\_\_\_ código: \_\_\_\_\_



Observaciones

1. Duración: 90 Minutos
2. Está prohibido el préstamo de objetos durante el examen
3. Es prohibido el uso o posesión de dispositivos electrónicos.
4. Cualquier fraude o intento de fraude académico será causal de anulación.

1. (10 PUNTOS)

Si

$$\frac{xz^2}{x+y} + y^2 = 0$$

Evaluar  $\frac{\partial z}{\partial x}$  cuando  $x = -1, y = 2, z = 2$ .

2. (15 PUNTOS)

Las funciones de demanda para los productos A y B son cada una en función de los precios de A y B y están dados por

$$q_A = \frac{50^3 \sqrt{p_B}}{\sqrt{p_A}}$$

Y

$$q_B = \frac{75p_A}{\sqrt[3]{p_B^2}}$$

Respectivamente, Encuentre las cuatro funciones de demanda marginal y determinar también si A y B son productos competitivos, productos complementarios o ni uno ni otro.

3. (10 PUNTOS)

En cierta fabricante estima que la producción mensual de cierta fabrica está dada por la función Cobb-Douglas

$$Q(K, L) = 50K^{\frac{2}{5}}L^{\frac{3}{5}}$$

Donde K es el capital en unidades de \$1000 y L es la fuerza laboral medida en horas-trabajador.

- a) Encuentre la productividad marginal del capital, y la productividad marginal del trabajo, cuando el capital es \$750 000 y el nivel de fuerza laboral es 991 horas trabajador.
- b) ¿El fabricante debe considerar invertir capital o aumentar el nivel de fuerza laboral para aumentar la producción?

4. (15 PUNTOS)

Suponga que el costo  $c$  de producir  $q_A$  unidades del producto A y  $q_B$  unidades del producto B está dado por

$$c = (3q_A^2 + q_B^3 + 4)^{\frac{1}{3}}$$

Y que las funciones de demanda para los productos están dadas por

$$q_A = 10 - p_A + p_B^2$$

y

$$q_B = 20 + p_A - 11p_B$$

Encuentre el valor de

$$\frac{\partial^2 c}{\partial q_A \partial q_B}$$

Cuando  $p_A = 25$  y  $p_B = 4$ .

**NO HAY PREGUNTAS**

Alumno: \_\_\_\_\_ código: \_\_\_\_\_



Observaciones

1. Duración: 90 Minutos
2. Está prohibido el préstamo de objetos durante el examen
3. Es prohibido el uso o posesión de dispositivos electrónicos.
4. Cualquier fraude o intento de fraude académico será causal de anulación.

1. (15 Puntos )

Suponga que el costo  $c$  de producir  $q_A$  unidades del producto A y  $q_B$  unidades del producto B está dado por

$$c = (q_A^2 + q_B^3 + 14)^{\frac{1}{4}}$$

Y que las funciones de demanda para los productos están dadas por

$$q_A = 10 - p_A + p_B^2$$

y

$$q_B = 20 + p_A - 11p_B$$

Encuentre el valor de

$$\frac{\partial^2 c}{\partial q_A \partial q_B}$$

Cuando  $p_A = 25$  y  $p_B = 4$ .

2. (10 puntos)

En cierta fabricante estima que la producción mensual de cierta fabrica está dada por la función Cobb-Douglas

$$Q(K, L) = 30K^{\frac{3}{10}}L^{\frac{7}{10}}$$

Donde  $K$  es el capital en unidades de \$1000 y  $L$  es la fuerza laboral medida en horas-trabajador.

- a) Encuentre la productividad marginal del capital, y la productividad marginal del trabajo, cuando el capital es \$630 000 y el nivel de fuerza laboral es 830 horas trabajador.
  - b) ¿El fabricante debe considerar invertir capital o aumentar el nivel de fuerza laboral para aumentar la producción?
3. (15 puntos)

Las funciones de demanda para los productos A y B son cada una en función de los precios de A y B y están dados por

$$q_A = \frac{100}{p_A \sqrt{p_B}}$$

Y

$$q_B = \frac{500}{p_B \sqrt[3]{p_A}}$$

Respectivamente, Encuentre las cuatro funciones de demanda marginal y determinar también si  $A$  y  $B$  son productos competitivos, productos complementarios o ni uno ni otro.

4. (10 puntos)

1. Si

$$\frac{yz^2}{x-y} - x^2 = 0$$

Evaluar  $\frac{\partial z}{\partial y}$  cuando  $x = 1, y = -2, z = 2$ .

**NO HAY PREGUNTAS**

# SOLUCIÓN DEL PRIMER PARCIAL DE CÁLCULO 3 ANEC

1.

$$C = (q_A^2 + q_B^3 + 14)^{\frac{1}{4}}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_B} = \frac{1}{4} (q_A^2 + q_B^3 + 14)^{-\frac{3}{4}} (3q_B^2)$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial q_A \partial q_B} = \frac{3}{16} (q_A^2 + q_B^3 + 14)^{-\frac{7}{4}} (3q_B^2) 2q_A = \frac{9(q_B^2)q_A}{8^4 \sqrt{(q_A^2 + q_B^3 + 14)^7}}$$

$$p_A = 25, p_B = 4 \quad q_A = 1 = q_B$$

$$\frac{\partial^2 c}{\partial q_A \partial q_B} = \frac{9}{1024}$$

2.

$$Q(K, L) = 30K^{3/10}L^{7/10}$$

Productividad marginal del capital

$$Q_K(K, L) = 9K^{-7/10}L^{7/10}$$

Productividad marginal del Trabajo

$$Q_L(K, L) = 21K^{3/10}L^{-3/10}$$

Productividad marginal del capital, cuando el capital es 630 mil y el nivel de fuerza laboral es 830 horas-trabajador

$$Q_K(630, 830) = 10.91$$

$$Q_L(630, 830) = 19.33$$

**El fabricante deberá aumentar el nivel de fuerza laboral para aumentar la producción.**

3.

$$q_A = 100p_B^{-\frac{1}{2}}p_A^{-1}$$

$$q_B = 500p_B^{-1}p_A^{-\frac{1}{3}}$$

---

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_A} = -100p_A^{-2}p_B^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial q_A}{\partial p_B} = -50p_B^{-\frac{3}{2}}p_A^{-1} < 0$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial p_A} = -\frac{500}{3}p_B^{-1}p_A^{-\frac{4}{3}} < 0$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial p_B} = -500p_B^{-2}p_A^{-\frac{1}{3}}$$

**Los artículos A y B son complementarios**

4.

$$\frac{(z^2 y)_y (x - y) - z^2 y (x - y)_y}{(x - y)^2} - 0 = 0$$

$$\frac{(1 z^2 + 2 z z_y y)(x - y) - z^2 y}{(x - y)^2} = 0$$

$$(z^2 + 2 z z_y y)(x - y) - z^2 y = 0$$

$$z^2 x - 2 y z^2 + 2 z z_y x y - 2 z z_y y^2 = 0$$

$$-z^2 x + 2 y z^2 = 2 y z_y (x z - 2 z y)$$

$$z_y = \frac{-z^2 x + 2 y z^2}{2 y (x z - 2 z y)} = \frac{-4 - 16}{-4(2 + 4)} = \frac{-20}{-24} = \frac{5}{6}$$