UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Primer parcial de Cálculo III ANEC 201910
Fila B
Febrero 23 de 2019

Nombre completo:____________________Código:____________________

1. **[7 pts]** Una empresa produce dos productos, X y Y. Las unidades de costos de mano de obra y de materiales son \$15 en el caso del producto X y de \$3 por lo que respecta a Y. Además, la empresa también tiene costos fijos de \$4000 al mes. Exprese el costo mensual C como una función de las unidades de X y Y producidas. ¿Cuál es el costo total de producir 150 unidades de X y 200 unidades de Y?

---

2. **[15 pts]** Se lanza un nuevo producto al mercado. El volumen de ventas x se incrementa como una función del tiempo t y depende también de la cantidad A gastada en la campaña publicitaria. Si, con t medido en meses y A en dólares,

$$x = 300(8 - e^{-0.003A})(1 - e^{-t})$$

calcule $\partial x/\partial t$ y $\partial x/\partial A$. Evalúe estas derivadas cuando $t = 2$ y $A = 200$ e interprételas.

---

3. **[10 pts]** Las funciones de demanda para los productos A y B son cada una función de los precios de A y B y están dadas por

$$q_A = \frac{300\sqrt{p_B}}{p_A^3} \qquad \text{y} \qquad q_B = \frac{200p_A}{p_B^2}$$

respectivamente. Determine si A y B son productos competitivos, productos complementarios o ninguno de los dos.

---

4. **[10 pts]** Usando el método de diferenciación implícita determine la derivada parcial indicada para los valores dados de las variables.

$$\frac{z^2}{x+y} - x^2 = 0; \ \frac{\partial z}{\partial x}, \ x = 2, \ y = -1, \ z = 2.$$

---

5. **[8 pts]** Para la función

$$f(x, y) = x^4y^4 + 3x^2y^3 - 7y + 4$$

verifique la igualdad

$$f_{yxy} = f_{yyx}.$$

Tiempo máximo: 80 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario Parcial II

Cálculo III (ANEC) 201910

fila B

① Sean x y y las unidades producidas de X y Y, respectivamente. Entonces,

$$C(x,y) = 15x + 3y + 4000.$$

El costo total de producir 150 unidades de X y 200 unidades de Y está dado por

$$C(150, 200) = 6850$$

② $$\frac{\partial x}{\partial t} = 300\left(8 - e^{-0{,}003A}\right)\left[-e^{-t}(-1)\right]$$

$$= 300\, e^{-t}\left(8 - e^{-0{,}003A}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial A} = 300\left(1 - e^{-t}\right)\left[-e^{-0{,}003A}(-0{,}003)\right]$$

$$= \frac{9}{10} e^{-0{,}003A}\left(1 - e^{-t}\right)$$

Entonces,

$$\left.\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{\substack{t=2\\A=200}} \approx 303 \quad \wedge \quad \left.\frac{\partial x}{\partial A}\right|_{\substack{t=2\\A=200}} \approx 0{,}43$$

Cuando los gastos están fijos en 200 tenemos que el volumen de ventas aumenta aprox. en 303 después de dos meses. En el momento $t=2$ con gastos incrementados de 200 a 201 tenemos que el volumen de ventas aumentan aprox. en 0,43

③ $q_A = 300\, P_A^{-3} P_B^{1/2} \quad \wedge \quad q_B = 200\, P_A\, P_B^{-2}$

Entonces

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = 150\, P_A^{-3} P_B^{-1/2} \quad y \quad \frac{\partial q_B}{\partial P_A} = 200\, P_B^{-2}$$

Luego, A y B son productos competitivos.

④ $$\frac{z^2}{x+y} = x^2$$

$$\Rightarrow z^2 = x^3 + x^2 y$$

Por tanto,

$$2z\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 2xy$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3x^2 + 2xy}{2z}$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=2\\y=-1\\z=2}} = \frac{3(2)^2 + 2(2)(-1)}{2\cdot 2} = \frac{12-4}{4} = 2$$

⑤ $$f(x,y) = x^4 y^4 + 3x^2 y^3 - 7y + 4$$

$$f_y = 4x^4 y^3 + 9x^2 y^2 - 7$$

$$f_{yx} = 16x^3 y^3 + 18xy^2$$

$$\boxed{f_{yxy} = 48x^3 y^2 + 36xy}$$

$$f_{yy} = 12x^4 y^2 + 18x^2 y$$

$$\boxed{f_{yyx} = 48x^3 y^2 + 36xy}$$

Departamento de Matemáticas y Estadística
Primer parcial de Cálculo III ANEC 201910
Fila A
Febrero 23 de 2019

Nombre completo:____________________Código:____________________

1. [**7 pts**] Una empresa produce dos productos, X y Y. Las unidades de costos de mano de obra y de materiales son \$5 en el caso del producto X y de \$12 por lo que respecta a Y. Además, la empresa también tiene costos fijos de \$3000 al mes. Exprese el costo mensual C como una función de las unidades de X y Y producidas. ¿Cuál es el costo total de producir 200 unidades de X y 150 unidades de Y?

---

2. [**15 pts**] Se lanza un nuevo producto al mercado. El volumen de ventas x se incrementa como una función del tiempo t y depende también de la cantidad A gastada en la campaña publicitaria. Si, con t medido en meses y A en dólares,

$$x = 200(5 - e^{-0.002A})(1 - e^{-t})$$

calcule $\partial x/\partial t$ y $\partial x/\partial A$. Evalúe estas derivadas cuando $t = 1$ y $A = 400$ e interprétalas.

---

3. [**10 pts**] Las funciones de demanda para los productos A y B son cada una función de los precios de A y B y están dadas por

$$q_A = \frac{200p_B}{p_A^2} \qquad \text{y} \qquad q_B = \frac{300\sqrt{p_A}}{p_B^3}$$

respectivamente. Determine si A y B son productos competitivos, productos complementarios o ninguno de los dos.

---

4. [**10 pts**] Usando el método de diferenciación implícita determine la derivada parcial indicada para los valores dados de las variables.

$$\frac{z^2}{x+y} - y^2 = 0; \ \frac{\partial z}{\partial y}, \ x = -1, \ y = 2, \ z = 2.$$

---

5. [**8 pts**] Para la función

$$f(x, y) = x^4y^4 + 3x^3y^2 - 7x + 4$$

verifique la igualdad

$$f_{xyx} = f_{xxy}.$$

Tiempo máximo: 80 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario Parcial I

Cálculo III (ANEC) 201910

fila A

① Sean x y y las unidades producidas de X y Y, respectivamente. Entonces,

$$C(x,y) = 5x + 12y + 3000$$

El costo total de producir 200 unidades de X y 150 unidades de Y está dado por

$$C(200,150) = 5800$$

② $$\frac{\partial x}{\partial t} = 200\left(5-e^{-0{,}002A}\right)\left[-e^{-t}(-1)\right]$$

$$= 200e^{-t}\left(5-e^{-0{,}002A}\right)$$

$$\frac{\partial x}{\partial A} = 200\left(1-e^{-t}\right)\left[-e^{-0{,}002A}(-0{,}002)\right]$$

$$= \frac{2}{5}e^{-0{,}002A}\left(1-e^{-t}\right)$$

Entonces,

$$\left.\frac{\partial x}{\partial t}\right|_{\substack{t=1\\A=400}} \approx 335 \;\wedge\; \left.\frac{\partial x}{\partial A}\right|_{\substack{t=1\\A=400}} \approx 0{,}11$$

Cuando los gastos están fijos en 400 tenemos que el volumen de ventas aumenta aprox. en 335 después de un mes. En el momento t=1 con gastos incrementados de 400 a 401, tenemos que el volumen de ventas aumentan aprox. en 0,11.

③ $q_A = 200\,P_A^{-2}P_B \;\wedge\; q_B = 300\,P_A^{1/2}P_B^{-3}$

Entonces

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = 200\,P_A^{-2} \quad y \quad \frac{\partial q_B}{\partial P_A} = 150\,P_A^{-1/2}P_B^{-3}$$

Luego, A y B son productos competitivos.

④ $$\frac{z^2}{x+y} = y^2$$

$$\rightarrow z^2 = xy^2 + y^3$$

Por tanto,

$$2z\frac{\partial z}{\partial y} = 2xy + 3y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2xy+3y^2}{2z}$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{\substack{x=-1\\y=2\\z=2}} = \frac{2(-1)(2)+3(2)^2}{2(2)} = \frac{-4+12}{4} = 2$$

⑤ $$f(x,y) = x^4y^4 + 3x^3y^2 - 7x + 4$$

$$f_x = 4x^3y^4 + 9x^2y^2 - 7$$

$$f_{xy} = 16x^3y^3 + 18x^2y$$

$$\boxed{f_{xyx} = 48x^2y^3 + 36xy}$$

$$f_{xx} = 12x^2y^4 + 18xy^2$$

$$\boxed{f_{xxy} = 48x^2y^3 + 36xy}$$