Universidad Del Norte
Departamento de Matemáticas y Estadística
M. sc. Stiven Diaz Noguera
Cálculo II
Parcial 1

Observaciones.

El exámen tiene una duración de 90 minutos. Justifique sus respuestas. Es prohibido el préstamo de cualquier tipo de material, calculadoras, etc. Es prohibido el uso de calculadoras que involucren lenguaje simbólico. El uso y/o poseción del celular durante el exámen es causal de anulación.

Cuestionario

1. Si q_A y q_B son funciones de demanda para los productos A y B, respectivamente. Determine si A y B son competitivos, complementarios o ni uno ni otro.

$$q_A = \frac{100}{p_A\sqrt{p_B}} \qquad q_B = \frac{500}{p_B\sqrt[3]{p_A}}$$

2. Un fabricante de un juguete ha determinado que su función de producción es $P(x, y) = x^2 + y^2 + 2xy + 5y + 6x$, donde x es el número de horas trabajador por semana y y es el capital (expresado en cientos de dólares por semana) requerido para la producción semanal de P gruesas del juguete (una gruesa se compone de 144 unidades). Determine las funciones de productividad marginal y evalúelas cuando $x = 600$ y $y = 30$. Interprete los resultados.

3. Sea $f(x, y) = xe^{y^2} + y\ln(x)$. Verifique $f_{xy} = f_{yx}$

4. Encuentre $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ de la siguiente ecuación:

$$2z^2 + 3x^3z^3 - 2xy = 0$$

Solución

1. Dado que

$$q_A = 100p_A^{-1}p_B^{-1/2} \qquad \text{entonces} \qquad \frac{\partial q_A}{\partial p_B} = -50p_A^{-1}p_B^{-3/2}.$$

Por otro lado,

$$q_B = 500p_A^{-1}p_B^{-1/3} \qquad \text{entonces} \qquad \frac{\partial q_B}{\partial p_A} = -\tfrac{500}{3}p_A^{-1}p_B^{-4/2}.$$

Se concluye que para todo p_A y p_B las derivadas parciales son negativas, es decir, los productos son complementarios.

2. La función de producción es

$$P(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy + 5y + 6x.$$

Entonces,

$$\frac{\partial P}{\partial x}(x,y) = 2x + 2y + 6,$$
$$\frac{\partial P}{\partial y}(x,y) = 2y + 2x + 5.$$

Para $x = 600$ y $y = 30$

$$\frac{\partial P}{\partial x}(600,30) = 1266,$$
$$\frac{\partial P}{\partial y}(600,30) = 1265.$$

Los resultados muestran que si se aumentan el número de horas y se deja fijo el capital, obtendremos un aumento de aprox. 1266 por unidad. En caso contrario, el aumento será de 1265.

3.

$$f_x = e^{y^2} + \frac{y}{x}. \qquad f_{yx} = 2ye^{y^2} + \frac{1}{x}.$$
$$f_y = 2xye^{y^2} + \ln(x). \qquad f_{xy} = 2ye^{y^2} + \frac{1}{x}.$$

4. Sea $F(x,y,z) = 2z^2 + 3x^3z^3 - 2xy$, entonces

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial y}}{\frac{\partial F}{\partial z}} = \frac{2x}{4z + 9x^3z^2}$$