

Nombre completo: _____ Código: _____

1. [7 pts] Un fabricante puede producir calculadoras graficadoras científicas a un costo de \$40 cada una, así como calculadoras financieras a \$20 cada una.
- (a) [4 pts] Si se producen x calculadoras graficadoras científicas y y financieras cada mes, exprese el costo total de la producción mensual como función del número x y y . Calcule el costo total mensual si se producen 500 calculadoras graficadoras y 800 financieras.
- (b) [3 pts] El fabricante desea aumentar la producción de calculadoras graficadoras en 50 al mes a partir del nivel indicado en el inciso anterior sin cambiar el costo total de producción. ¿Qué cambio debe hacerse en la producción mensual de calculadoras financieras para que el costo total mensual no cambie?
-

2. [10 pts] Un fabricante estima que la producción anual en cierta fábrica está dada por $Q(k, l) = 30k^{0.3}l^{0.7}$ unidades, donde k es el capital en unidades de \$1 000 y l es la fuerza laboral en horas-trabajador.
- (a) [6 pts] Encuentre la productividad marginal del capital y la productividad marginal del trabajo cuando el capital es \$630 000 y el nivel de la fuerza laboral es 830 horas-trabajador.
- (b) [4 pts] ¿Debe el fabricante considerar agregar una unidad de capital o una unidad de trabajo para aumentar más rápidamente la producción?
-

3. [10 pts] Considere las siguientes funciones de demanda para dos productos A y B .

$$q_A = \frac{60\sqrt[3]{p_B^2}}{\sqrt{p_A^3}} \quad \text{y} \quad q_B = \frac{45p_A^2}{\sqrt[5]{p_B^2}}$$

Determine las cuatro funciones de demanda marginal. Indique si A y B son productos competitivos, productos complementarios o ninguno de los dos.

4. [15 pts] Considere la ecuación $r \ln s + s^2 t + e^{t^2} = 8$. Usando el método de diferenciación implícita determine la derivada parcial indicada $\partial t / \partial s$.
-

5. [8 pts] Para la función $u(x, y) = \frac{x+y}{2}$ verifique que $-u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y = 0$.
-

Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario Parcial I - 201930

fila A

① Sea C la función de costo total, entonces

a) $C(x, y) = 40x + 20y$. Para $x = 500$ y $y = 800$, tenemos que los costos son

$$C(500, 800) = 36000$$

b) De la ecuación

$$40 \cdot 550 + 20y = 36000,$$

obtenemos

$$y = 700$$

② $Q(k, l) = 30k^{0,3}l^{0,7}$

entonces

$$\frac{\partial Q}{\partial k} = 9k^{-0,7}l^{0,7} \wedge \frac{\partial Q}{\partial l} = 21k^{0,3}l^{-0,3}$$

a) $k = 630 \wedge l = 830$, entonces

$$\frac{\partial Q}{\partial k}(630, 830) \approx 10,91$$

$$\frac{\partial Q}{\partial l}(630, 830) \approx 19,33$$

b) Como $\frac{\partial Q}{\partial l} > \frac{\partial Q}{\partial k}$ cuando $k = 630$ y

$l = 830$, entonces el fabricante debe considerar agregar una unidad a la fuerza laboral para aumentar la producción.

③ $q_A = 60P_A^{-3/2}P_B^{2/3} \wedge q_B = 45P_A^2P_B^{-2/5}$

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_A} = -90P_A^{-5/2}P_B^{2/3} \quad \frac{\partial q_B}{\partial P_A} = 90P_A P_B^{-2/5}$$

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = 40P_A^{-3/2}P_B^{-1/3} \quad \frac{\partial q_B}{\partial P_B} = -18P_A^2P_B^{-7/5}$$

Los productos A y B son competitivos dado que $\frac{\partial q_A}{\partial P_B} > 0$ y $\frac{\partial q_B}{\partial P_A} > 0$.

④ t es una función de r y s .

$$\frac{\partial}{\partial s} (r \ln s + s^2 t + e^{t^2}) = \frac{\partial}{\partial s} (8)$$

$$r \cdot \frac{1}{s} + 2s \cdot t + s^2 \frac{\partial t}{\partial s} + e^{t^2} \cdot 2t \cdot \frac{\partial t}{\partial s} = 0.$$

$$(s^2 + 2te^{t^2}) \frac{\partial t}{\partial s} = -\frac{r}{s} - 2st$$

$$\frac{\partial t}{\partial s} = \frac{-\frac{r}{s} - 2st}{s^2 + 2te^{t^2}}$$

⑤ $-u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y = 0.$

$$u(x, y) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y$$

Luego,

$$u_x = \frac{1}{2}, \quad u_{xx} = 0, \quad u_{xy} = 0.$$

$$u_y = \frac{1}{2}, \quad u_{yy} = 0.$$

Por tanto,

$$-u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} - u_x + u_y$$

$$= -0 + 2 \cdot 0 - 0 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= 0.$$

Nombre completo: _____ Código: _____

1. [7 pts] Un fabricante puede producir calculadoras graficadoras científicas a un costo de \$20 cada una, así como calculadoras financieras a \$40 cada una.
- (a) [4 pts] Si se producen x calculadoras graficadoras científicas y y financieras cada mes, exprese el costo total de la producción mensual como función del número x y y . Calcule el costo total mensual si se producen 500 calculadoras graficadoras y 800 financieras.
- (b) [3 pts] El fabricante desea aumentar la producción de calculadoras financieras en 50 al mes a partir del nivel indicado en el inciso anterior sin cambiar el costo total de producción. ¿Qué cambio debe hacerse en la producción mensual de calculadoras graficadoras para que el costo total mensual no cambie?
-

2. [10 pts] Un fabricante estima que la producción anual en cierta fábrica está dada por $Q(k, l) = 60k^{0.7}l^{0.3}$ unidades, donde k es el capital en unidades de \$100 y l es la fuerza laboral en horas-trabajador.
- (a) [6 pts] Encuentre la productividad marginal del capital y la productividad marginal del trabajo cuando el capital es \$83 000 y el nivel de la fuerza laboral es 630 horas-trabajador.
- (b) [4 pts] ¿Debe el fabricante considerar agregar una unidad de capital o una unidad de trabajo para aumentar más rápidamente la producción?
-

3. [10 pts] Considere las siguientes funciones de demanda para dos productos A y B .

$$q_A = \frac{45p_B^2}{\sqrt[5]{p_A^2}} \quad \text{y} \quad q_B = \frac{60\sqrt[3]{p_A^2}}{\sqrt{p_B^3}}$$

Determine las cuatro funciones de demanda marginal. Indique si A y B son productos competitivos, productos complementarios o ninguno de los dos.

4. [15 pts] Considere la ecuación $s \ln t + rt^2 + e^{r^2} = 16$. Usando el método de diferenciación implícita determine la derivada parcial indicada $\partial r / \partial t$.
-

5. [8 pts] Para la función $u(x, y) = \frac{x+y}{3}$ verifique que $-2u_{xx} + 3u_{xy} - 2u_{yy} - 5u_x + 5u_y = 0$.
-

Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario Parcial I - 201930

fila B

① Sea C la función de costo total, entonces
 a) $C(x, y) = 20x + 40y$. Para $x = 500$ y $y = 800$, tenemos que los costos son
 $C(500, 800) = 42000$

b) De la ecuación
 $20x + 40 \cdot 850 = 42000$,
 obtenemos
 $x = 400$.

② $Q(k, l) = 60k^{0,7}l^{0,3}$
 entonces
 $\frac{\partial Q}{\partial k} = 42k^{-0,3}l^{0,3} \wedge \frac{\partial Q}{\partial l} = 18k^{0,7}l^{-0,7}$

a) $k = 830 \wedge l = 630$, entonces
 $\frac{\partial Q}{\partial k}(830, 630) \approx 38,66$

$\frac{\partial Q}{\partial l}(830, 630) \approx 21,83$

b) Como $\frac{\partial Q}{\partial k} > \frac{\partial Q}{\partial l}$ cuando $k = 830$ y $l = 630$, entonces el fabricante debe considerar agregar una unidad al capital para aumentar la producción

③ $q_A = 45P_A^{-2/5}P_B^2 \wedge q_B = 60P_A^{2/3}P_B^{-3/2}$
 $\frac{\partial q_A}{\partial P_A} = -18P_A^{-7/5}P_B^2$ $\frac{\partial q_B}{\partial P_A} = 40P_A^{-1/3}P_B^{-3/2}$
 $\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = 90P_A^{-2/5}P_B$ $\frac{\partial q_B}{\partial P_B} = -90P_A^{2/3}P_B^{-5/2}$

Los productos A y B son competitivos dado que $\frac{\partial q_A}{\partial P_B} > 0$ y $\frac{\partial q_B}{\partial P_A} > 0$.

④ r es una función s y t .

$$\frac{\partial}{\partial t}(s \ln t + rt^2 + e^{r^2}) = \frac{\partial}{\partial t}(16)$$

$$s \cdot \frac{1}{t} + \frac{\partial r}{\partial t} \cdot t^2 + r \cdot 2t + e^{r^2} \cdot 2r \cdot \frac{\partial r}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial r}{\partial t}(t^2 + 2r e^{r^2}) = -s/t - 2rt$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{-s/t - 2rt}{t^2 + 2r e^{r^2}}$$

$$\textcircled{5} -2u_{xx} + 3u_{xy} - 2u_{yy} - 5u_x + 5u_y = 0$$

$$u(x, y) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}y$$

luego,

$$u_x = \frac{1}{3}, u_{xx} = 0, u_{xy} = 0$$

$$u_y = \frac{1}{3}, u_{yy} = 0$$

Por tanto,

$$-2u_{xx} + 3u_{xy} - 2u_{yy} - 5u_x + 5u_y$$

$$= -2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{1}{3} + 5 \cdot \frac{1}{3}$$

$$= 0$$