

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

1. [Valor 1,0 pts] En cierto Estado se determina que la distribución del ingreso para arquitectos está dada por la curva de Lorenz  $L_1(x) = \frac{6}{7}x^2 + \frac{1}{7}x$  en tanto que para economistas está dada por  $L_2(x) = \frac{5}{9}x^4 + \frac{4}{9}x$ . Calcule el índice de Gini para cada curva de Lorenz. ¿Cuál profesión tiene la distribución del ingreso más equitativa?
- 

2. [Valor 1,0 pts] En el siguiente problema, la primera ecuación es una ecuación de demanda y la segunda es una ecuación de oferta de un producto. Determine el excedente de los consumidores bajo equilibrio del mercado.

$$p = 900 - q^2 \quad \text{y} \quad p = 10q + 300.$$

---

3. [Valor 1,0 pts] Suponga que el costo de producir  $q$  unidades de cierto artículo está dado por

$$C(q) = 2000 + 15q + 0.3q^2$$

Encuentre el costo promedio en el intervalo de  $q = 150$  a  $q = 300$ .

---

4. [Valor 1,0 pts] A la edad de 34 años, María empieza a depositar anualmente \$4800 en una cuenta individual de retiro que paga interés a una tasa anual de 9% capitalizado continuamente. Suponiendo que sus pagos se hacen como un flujo continuo de ingresos, ¿cuánto dinero habrá en su cuenta si se jubila a la edad de 59 años.
- 

5. [Valor 1,0 pts] Suponga que  $X$  es una variable aleatoria continua con función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x+1) & \text{si } 1 < x < 3. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Encuentre  $P(1 < X < 2)$ .

---

**Fórmulas:**

$$IG = 2 \int_0^1 [x - L(x)] dx \quad EC = \int_0^{q_0} [f(q) - p_0] dq \quad \bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \quad VF = e^{rT} \int_0^T f(t) e^{-rt} dt$$
$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx.$$

Nombre: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

1. [Valor 1,0 pts] En cierto Estado se determina que la distribución del ingreso para arquitectos está dada por la curva de Lorenz  $L_1(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{1}{6}x$  en tanto que para economistas está dada por  $L_2(x) = \frac{5}{8}x^4 + \frac{3}{8}x$ . Calcule el índice de Gini para cada curva de Lorenz. ¿Cuál profesión tiene la distribución del ingreso más equitativa?
- 

2. [Valor 1,0 pts] En el siguiente problema, la primera ecuación es una ecuación de demanda y la segunda es una ecuación de oferta de un producto. Determine el excedente de los consumidores bajo equilibrio del mercado.

$$p = 400 - q^2 \quad y \quad p = 20q + 100 .$$

---

3. [Valor 1,0 pts] Suponga que el costo de producir  $q$  unidades de cierto artículo está dado por

$$C(q) = 3000 + 25q + 0.2q^2$$

Encuentre el costo promedio en el intervalo de  $q = 250$  a  $q = 500$ .

---

4. [Valor 1,0 pts] A la edad de 35 años, Ana empieza a depositar anualmente \$4500 en una cuenta individual de retiro que paga interés a una tasa anual de 8% capitalizado continuamente. Suponiendo que sus pagos se hacen como un flujo continuo de ingresos, ¿cuánto dinero habrá en su cuenta si se jubila a la edad de 62 años.
- 

5. [Valor 1,0 pts] Suponga que  $X$  es una variable aleatoria continua con función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x+1) & \text{si } 1 < x < 3. \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Encuentre  $P(1 < X < 2.5)$ .

---

**Fórmulas:**

$$IG = 2 \int_0^1 [x - L(x)] dx \quad EC = \int_0^{q_0} [f(q) - p_0] dq \quad \bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \quad VF = e^{rT} \int_0^T f(t) e^{-rt} dt$$
$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x) dx .$$

# Solución Parcial 2 - Cálculo III ANEC 2025-1

## Filas A y B

Harry Charris Polo

### Fila A

#### 1. Índice de Gini:

Para arquitectos:  $L_1(x) = \frac{6}{7}x^2 + \frac{1}{7}x$

Para economistas:  $L_2(x) = \frac{5}{9}x^4 + \frac{4}{9}x$

Índice de Gini:

$$IG_1 = 2 \int_0^1 (x - L_1(x)) dx = 2 \int_0^1 \left( x - \left( \frac{6}{7}x^2 + \frac{1}{7}x \right) \right) dx = \frac{2}{7} \approx 0.2857$$

$$IG_2 = 2 \int_0^1 (x - L_2(x)) dx = 2 \int_0^1 \left( x - \left( \frac{5}{9}x^4 + \frac{4}{9}x \right) \right) dx = \frac{1}{3} \approx 0.3333$$

Conclusión: Los arquitectos tienen una distribución de ingresos más equitativa.

#### 2. Excedente del consumidor:

Demanda:  $p = 900 - q^2$ , Oferta :  $p = 10q + 300$

Igualando:

$$900 - q^2 = 10q + 300 \Rightarrow q^2 + 10q - 600 = 0 \Rightarrow q_0 = 20$$

$$p_0 = 900 - 20^2 = 500$$

$$EC = \int_0^{20} (900 - q^2 - 500) dq = \int_0^{20} (400 - q^2) dq = 5333.33$$

#### 3. Costo promedio:

$$C(q) = 2000 + 15q + 0.3q^2, \quad q \in [150, 300]$$

$$\bar{C} = \frac{1}{300 - 150} \int_{150}^{300} C(q) dq = 21125.00$$

#### 4. Valor futuro:

Depósitos continuos: 4800 anuales,  $r = 0.09, T = 25$

$$VF = e^{rT} \int_0^T 4800e^{-rt} dt = e^{0.09 \cdot 25} \cdot \left[ \frac{4800}{0.09} (1 - e^{-0.09 \cdot 25}) \right] \approx 452679.24$$

#### 5. Probabilidad:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x+1), \quad 1 < x < 3$$

$$P(1 < X < 2) = \int_1^2 \frac{1}{6}(x+1) dx = 0.4167$$

## Fila B

#### 1. Índice de Gini:

Arquitectos:  $L_1(x) = \frac{5}{6}x^2 + \frac{1}{6}x$

Economistas:  $L_2(x) = \frac{5}{8}x^4 + \frac{3}{8}x$

$$IG_1 = 2 \int_0^1 (x - L_1(x)) dx = \frac{5}{18} \approx 0.2778 \quad IG_2 = 2 \int_0^1 (x - L_2(x)) dx = 0.375$$

Conclusión: Los arquitectos tienen la distribución de ingreso más equitativa.

#### 2. Excedente del consumidor:

Demanda:  $p = 400 - q^2$ , Oferta:  $p = 20q + 100$

Igualando:

$$400 - q^2 = 20q + 100 \Rightarrow q^2 + 20q - 300 = 0 \Rightarrow q_0 = 10$$

$$p_0 = 400 - 10^2 = 300$$

$$EC = \int_0^{10} (400 - q^2 - 300) dq = \int_0^{10} (100 - q^2) dq = 666.67$$

#### 3. Costo promedio:

$$C(q) = 3000 + 25q + 0.2q^2, \quad q \in [250, 500]$$

$$\bar{C} = \frac{1}{250} \int_{250}^{500} C(q) dq = 41541.67$$

#### 4. Valor futuro:

Depósitos: 4500 anuales,  $r = 0.08, T = 27$

$$VF = e^{0.08 \cdot 27} \cdot \left[ \frac{4500}{0.08} (1 - e^{-0.08 \cdot 27}) \right] \approx 431501.49$$

5. Probabilidad:

$$f(x) = \frac{1}{6}(x + 1), \quad 1 < x < 3$$

$$P(1 < X < 2.5) = \int_1^{2.5} \frac{1}{6}(x + 1) dx = 0.6875$$