

**Cálculo III**

**Nombres Completos:** \_\_\_\_\_

**Grupo 5**

**Parcial Corte 2**

**Carrera:** \_\_\_\_\_

**Fecha: 27 de marzo de 2025**

**Tiempo: 2 Horas**

Profesor: *Msc. Omar Enrique Garcia Caicedo*

Este examen contiene 7 planteamientos que corresponden a 140 puntos de la valoración final. Tenga presente que no está autorizada la comunicación con sus compañeros, ni el uso de ayudas computacionales (celular, computador, etc) excepto una calculadora y que el examen se debe resolver únicamente con lapicero de tinta negra o azul.

Tabla de calificación de uso exclusivo para el profesor.

Pregunta:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Puntos:	20	20	20	20	20	20	20	140
Resultado:								

- (20 puntos) **Altas de hospital** - Para un grupo de individuos hospitalizados, suponga que la proporción de altas al término de  $t$  días está dada por  $\int_0^t f(x)dx$  con  $f(x) = 0,007e^{-0,01x} + 0,00005e^{-0,0002x}$ . Evaluar la integral cuando  $t$  tiende al infinito.
- (20 puntos) Calcular los siguientes límites: **a.**  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 81}{x^2 + 8x + 15}$ , **b.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 2)^2 - 4}{x}$ .
- (20 puntos) Calcular los siguientes límites: **a.**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - x^3}{x^3 - 1}$ , **b.**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - x$ .
- (20 puntos) **Psicología** - En un modelo psicológico para la detección de señales, la probabilidad  $\alpha$  de reportar una señal cuando no hay presencia de ninguna señal está dada por  $\alpha = \int_{x_c}^{\infty} e^{-x} dx$ ,  $x \geq 0$ . La probabilidad  $\beta$  de detectar una señal cuando ésta se encuentra presente es  $\beta = \int_{x_c}^{\infty} k e^{-kx} dx$ ,  $x \geq 0$ . En ambas integrales,  $x_c$  es una constante (llamada valor de criterio del modelo). Encuentre  $\alpha$ ,  $\beta$  cuando  $k = 1/8$
- (20 puntos) Encuentre la constante  $k$  para la cual  $\lim_{x \rightarrow 2}$  existe:  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2-x}, & x < 2 \\ x^3 + k(x+1), & x \geq 2 \end{cases}$ .
- (20 puntos) **Utilidades futuras** - Para un negocio, el valor presente de todas las utilidades futuras a un interés anual  $r$  compuesto continuamente está dado por  $\int_0^{\infty} p(t)e^{-rt} dt$  donde  $p(t)$  es la utilidad anual en el tiempo  $t$ . Con  $p(t) = 500000$  USD y  $r = 0,02$ , ¿Cual es la utilidad futura?
- (20 puntos) Suponga que  $X$  es una variable aleatoria continua con función de densidad dada por  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}(x+1), & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$ . **a.** Graficar esta función y calcular: **b.**  $P(1 < X < 2)$ , **c.**  $P(X < 2,5)$ , **d.**  $P(X \geq 3/2)$ , **e.** Encontrar  $c$  tal que  $P(X < c) = 1/2$ .