

UNIVERSIDAD DEL NORTE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
CÁLCULO III
PARCIAL 2

Nombre : _____

Observaciones.

El examen tiene una duración de 100 minutos. Justifique sus respuestas. Es prohibido el préstamo de cualquier tipo de material, calculadoras, etc. Es prohibido el uso de calculadoras que involucren lenguaje simbólico. El uso y/o posesión del celular durante el examen es causal de anulación.

CUESTIONARIO B

PUNTO I:(5.0)

Si $w = (4x + 3y + 2z)^4$ con $x = 2r + 4s - 15$, $y = r - 3s + 8$ y $z = r + 5rs$, calcule, usando la regla de la cadena, $\frac{\partial w}{\partial s}$.

PUNTO II:(5.0)

Un monopolista vende dos productos A y B, para los cuales las funciones de demanda son

$$q_A = 1 - 2x + 4y \quad q_B = 11 + 2x - 6y$$

donde x y y son los precios de los productos A y B respectivamente. Si el costo promedio constante de producir una unidad de A es 4 y para una unidad de B es 1, ¿cuántas unidades de A y B tienen que venderse para maximizar la utilidad del monopolista?

PUNTO III:(5.0)

Supóngase que una empresa ha recibido un pedido por 200 unidades de su producto y desea distribuir su fabricación entre dos de sus plantas, planta 1 y planta 2. Sean q_1 y q_2 las producciones de las plantas 1 y 2, respectivamente, y supóngase que la función de costo total está dada por $c = 2q_1^2 + q_1q_2 + q_2^2 + 200$. ¿Cómo debe distribuirse la producción para minimizar los costos?

Solución

1.

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{dy}{ds} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{dz}{ds}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial x} &= 16(4x + 3y + 2z)^3, & \frac{dx}{ds} &= 4, \\ \frac{\partial w}{\partial y} &= 12(4x + 3y + 2z)^3, & \frac{dy}{ds} &= -3, \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= 8(4x + 3y + 2z)^3, & \frac{dz}{ds} &= 5r. \end{aligned}$$

2. Función utilidad:

$$U(x, y) = -2x^2 - 6y^2 + 7x + y + 6xy - 15.$$

El punto $(\frac{15}{2}, \frac{23}{6})$ maximiza la utilidad.

3. La planta 1 y 2 deben distribuir 50 y 150 unidades, respectivamente.