TERCER PARCIAL DE Cálculo 3 ANEC **DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA**

Nombre Completo: ______________________________ Fecha: ____/___/2023 Prof. **Jaider Blanco G**.

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Nota:____

1. **[1 Punto]** Determine la siguiente integral doble

$$\text{a. } \int_0^2 \int_{-1}^1 (1 + 6xy^2)dydx$$

2. A partir de la integral doble

$$\int_0^2 \int_{4-2x}^{4-x^2} f(x, y)dydx$$

Obtenga,

a. **[0,5 Punto]** Describa la región de integración tipo II.

b. **[1 Punto]** Dibuje y Describa la región de integración tipo I

c. **[0,5 punto]** Plantear una integral equivalente a la integral dada, con orden invertido.

3. **[1 punto]** Para una compañía, la funcion de produccion Cobb-Douglas es

$$f(x, y) = 100 \sqrt[5]{x^3} \sqrt[5]{y^2}$$

Estimar el nivel medio de producción si el numero de trabajos varia entre 200 y 250 y el de unidades de capital entre 300 y 325.

4. **[1 punto]** Calcule el área de la region limitada en el primer cuadrante por $x = \sqrt{y}$, $y = 0$ y $x = 1$.

Observaciones.

1. La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación
2. La duración del examen es de **90 minutos** y está prohibido el préstamo de objetos durante el examen
3. Esta prohibido el uso o posesión de dispositivos electrónicos, **cualquier fraude o intento de fraude** será causal de **anulación** y apertura del correspondiente proceso disciplinario.
4. Durante la evaluación no hay ningún tipo de pregunta.

1. $\displaystyle\int_0^2 y + 6x\frac{y^3}{3}\Big|_{y=-1}^{y=1} dx = \int_0^2 (1+2x) - (-1-2x)\,dx = \int_0^2 1+2x+1+2x\,dx$

$\displaystyle= \int_0^2 2+4x\,dx = 2x+2x^2\Big|_0^2 = 4+8=12$

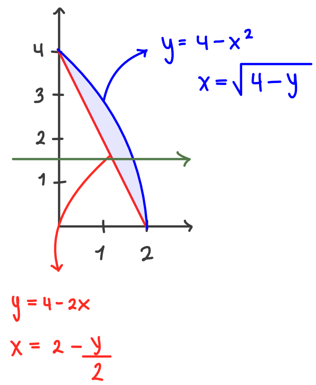
---

2. $\displaystyle\int_0^2\int_{4-2x}^{4-x^2} f(x,y)\,dy\,dx = \int_0^4\int_{2-\frac{y}{2}}^{\sqrt{4-y}} f(x,y)\,dx\,dy$

$R_I = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \begin{array}{c} 0 \le x \le 2 \\ 4-2x \le y \le 4-x^2 \end{array} \right\}$

X	$y=4-x^2$
0	4
1	2
2	0

X	$y=4-x^2$
0	4
1	3
2	0



Despejando x,

$2x = 4-y$

$\boxed{x = 2-\frac{y}{2}}$

$x^2 = 4-y$

$\boxed{x=\sqrt{4-y}}$

$R_{II} = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \begin{array}{c} 0 \le y \le 4 \\ 2-\frac{y}{2} \le x \le \sqrt{4-y} \end{array} \right\}$

---

3. función producción

$f(x,y) = 100\, x^{3/5} y^{2/5}$

$R: \begin{array}{c} 200 \le x \le 250 \\ 300 \le y \le 325 \end{array}$

$a_R = (250-200)(325-300)$
$= 1250$

$\displaystyle\iint_R f\,dA = 100\int_{200}^{250}\int_{300}^{325} x^{3/5} y^{2/5}\,dy\,dx$

$\displaystyle= 100\int_{200}^{250} x^{3/5}\,dx \int_{300}^{325} y^{2/5}\,dy$

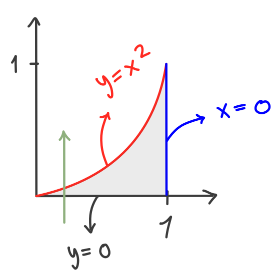
$\displaystyle= 100\,\frac{5}{8}\,x^{8/5}\Big|_{200}^{250}\;\frac{5}{7}\,y^{7/5}\Big|_{300}^{325}$

$= 625\,(250^{8/5} - 200^{8/5})(325^{7/5} - 300^{7/5})$

$= 32,056,548.55$

$\bar{f} = \dfrac{32,056,548.55}{1250} = 25645.23$

4.



$\displaystyle a_R = \int_0^1\int_0^{x^2} 1\,dy\,dx$

$\displaystyle= \int_0^1 x^2\,dx$

$\displaystyle= \frac{x^3}{3}\Big|_0^1$

$= \dfrac{1}{3}\,u^2$

TERCER PARCIAL DE Cálculo 3 ANEC **DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA**

Nombre Completo: ______________________________ Fecha: ____/___/2023 Prof. **Jaider Blanco G**.

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Nota:____

1. **[1 Punto]** Determine la siguiente integral doble

   a. $\int_{0}^{1}\int_{-1}^{1} xe^{2y}\,dydx$

2. A partir de la integral doble

$$\int_{0}^{6}\int_{\frac{y^2}{4}}^{\frac{3}{2}y} f(x,y)\,dxdy$$

Obtenga

a. **[0,5 Punto]** Describa la región de integración tipo II.

b. **[1 Punto]** Dibuje y Describa la región de integración tipo I

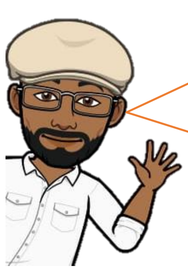
c. **[0,5 punto]** Plantear una integral equivalente a la integral dada, con orden invertido.

3. **[1 punto]** Para una compañía, la funcion de produccion Cobb-Douglas es

$$f(x,y) = 10\sqrt[5]{x^2}\,\sqrt[5]{y^3}$$

Estimar el nivel medio de producción si el número de trabajos varía entre 200 y 250 y el de unidades de capital entre 300 y 350.

4. **[1 Punto]** Calcule el área de la región limitada por $y = \frac{16}{x},\ y = x,\ y\ x = 8.$



Observaciones.

1. La justificación detallada de sus afirmaciones hace parte de la evaluación
2. La duración del examen es de **90 minutos** y está prohibido el préstamo de objetos durante el examen
3. Esta prohibido el uso o posesión de dispositivos electrónicos, **cualquier fraude o intento de fraude** será causal de **anulación** y apertura del correspondiente proceso disciplinario.
4. Durante la evaluación no hay ningún tipo de pregunta.

1. $\int_0^1\int_{-1}^1 xe^{2y}\,dy\,dx = \int_0^1 x\,dx \int_{-1}^1 e^{2y}\,dy = \frac{x^2}{2}\Big|_0^1 \quad \frac{e^{2y}}{2}\Big|_{-1}^1 = \frac{1}{4}\left(e^2 - e^{-2}\right)$

2. $\int_0^6\int_{\frac{y^2}{4}}^{\frac{3}{2}y} f(x,y)\,dx\,dy = \int_0^9\int_{\frac{2}{3}x}^{2\sqrt{x}} f(x,y)\,dy\,dx$

$R_{II} = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \begin{array}{l} 0 \le y \le 6 \\ \frac{y^2}{4} \le x \le \frac{3}{2}y \end{array} \right\}$

$2\sqrt{x} = \frac{2}{3}x$

$4x = \frac{4}{9}x^2$

$\frac{4}{9}x^2 - 4x = 0$

$4x\left(\frac{x}{9} - 1\right) = 0$

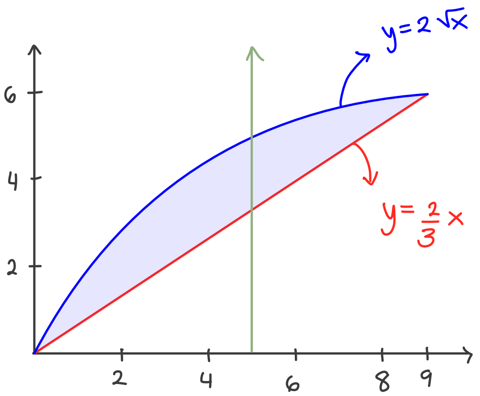
$x = 0$ ó $x = 9$

Despejando y,

$\frac{y^2}{4} = x \qquad \frac{3}{2}y = x$

$\Rightarrow y^2 = 4x \qquad \Rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x}$

$\Rightarrow \boxed{y = 2\sqrt{x}}$



$R_I = \left\{ (x,y) \;\middle|\; \begin{array}{l} 0 \le x \le 9 \\ \frac{2}{3}x \le y \le 2\sqrt{x} \end{array} \right\}$

3. función producción

$a_R = 50\,(50) = 2.500$

$f(x,y) = 10\,x^{2/5}\,y^{3/5}$

$\iint f\,dA = 10\int_{200}^{250} x^{2/5}\,dx \int_{300}^{350} y^{3/5}\,dy$

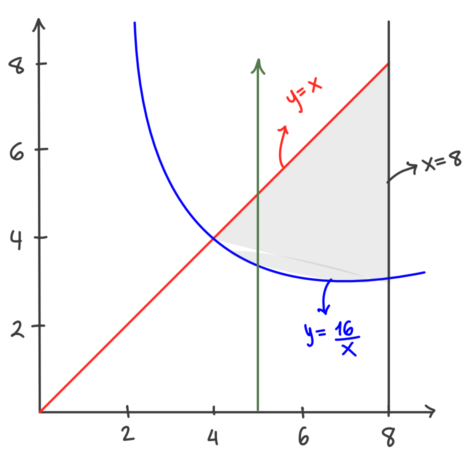
$= 10\;\frac{5}{7}\,x^{7/5}\Big|_{200}^{250}\;\frac{5}{8}\,y^{8/5}\Big|_{300}^{350}$

$= \frac{125}{28}\cdot\left(250^{7/5} - 200^{7/5}\right)\left(350^{8/5} - 300^{8/5}\right)$

$= 7,008,499,60$

$\bar{f} = \frac{7\,008\,499}{2500} = 2803,34$

4.



$a_R = \int_4^8\int_{\frac{16}{x}}^{x} 1\,dy\,dx$

$= \int_4^8 x - \frac{16}{x}\,dx$

$= \frac{x^2}{2} - 16\ln x\,\Big|_4^8$

$= 32 - 16\ln 8 - (8 - 16\ln 4)$

$= 24 - 16\ln 8 + 16\ln 4$

$= 24 + 16\left(\ln\frac{4}{8}\right)$

$= 24 + 16\ln\frac{1}{4}$

$= 1,81\;u^2$