

FILA A**Tiempo máximo: 90 minutos.**

Nombre: _____ Código: _____ Fecha: 30 de abril de 2025

1. [Valor 1,0 pts] Resuelva la integral doble

$$\int_{-2}^3 \int_1^4 (4x^2y + 3) dy dx$$

2. [Valor 1,0 pts] Evalúe la integral doble

$$\iint_R (2x + 5y) dA$$

donde R es el triángulo con vértices $(0, 0)$, $(2, 0)$ y $(0, 3)$.

3. [Valor 1,0 pts] Resuelva la integral doble invirtiendo el orden de integración

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 4xy^2 dx dy$$

4. [Valor 1,0 pts] Emplee una integral doble para determinar el área de la región
- R
- limitada por
- $y = 3x^2$
- y
- $y = x + 4$
- .
-

5. [Valor 1,0 pts] Encuentre el valor promedio de la función

$$f(x, y) = 2x + 5$$

sobre la región R dada por $R : -3 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 4$.

Nota: La manipulación de celulares durante el examen será sancionada según el reglamento académico.

FILA B**Tiempo máximo: 90 minutos.**

Nombre: _____ Código: _____ Fecha: 30 de abril de 2025

1. [Valor 1,0 pts] Resuelva la integral doble

$$\int_{-1}^4 \int_0^5 (5xy^2 + 2) dy dx$$

2. [Valor 1,0 pts] Evalúe la integral doble

$$\iint_R (3x + 2y) dA$$

donde R es el triángulo con vértices $(0, 0)$, $(3, 0)$ y $(0, 4)$.

3. [Valor 1,0 pts] Resuelva la integral doble invirtiendo el orden de integración

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 6xy^2 dx dy$$

4. [Valor 1,0 pts] Emplee una integral doble para determinar el área de la región
- R
- limitada por
- $y = 3x^2$
- y
- $y = x + 4$
- .
-

5. [Valor 1,0 pts] Encuentre el valor promedio de la función

$$f(x, y) = 4x + 1$$

sobre la región R dada por $R : -2 \leq x \leq 5, -3 \leq y \leq 2$.

Nota: La manipulación de celulares durante el examen será sancionada según el reglamento académico.

Soluciones FILA A

1. Solución paso a paso:

$$\begin{aligned}
 & \int_{-2}^3 \int_1^4 (4x^2y + 3) dy dx \\
 &= \int_{-2}^3 [2x^2y^2 + 3y]_{y=1}^{y=4} dx \\
 &= \int_{-2}^3 [(32x^2 + 12) - (2x^2 + 3)] dx \\
 &= \int_{-2}^3 (30x^2 + 9) dx \\
 &= [10x^3 + 9x]_{-2}^3 = \boxed{395}
 \end{aligned}$$

2. Solución paso a paso:

a) Ecuación de la recta: $(2, 0)$ a $(0, 3)$:

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

b) Planteamos la integral:

$$0 \leq x \leq 2, \quad 0 \leq y \leq -\frac{3}{2}x + 3$$

$$\begin{aligned}
 & \iint_R (2x + 5y) dA \\
 &= \int_0^2 \left[2xy + \frac{5}{2}y^2 \right]_{y=0}^{y=-\frac{3}{2}x+3} dx \\
 &= \boxed{19}
 \end{aligned}$$

3. Solución paso a paso:

a) Región original: $0 \leq y \leq 2, \frac{y}{2} \leq x \leq 1$

b) Nueva región: $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2x$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \int_0^{2x} 4xy^2 dy dx \\
 &= \int_0^1 \left[\frac{4}{3}xy^3 \right]_{y=0}^{y=2x} dx \\
 &= \boxed{\frac{32}{15}}
 \end{aligned}$$

4. Solución paso a paso: (Ahora igual al numeral 4 de Fila B)

a) Puntos de intersección:

$$3x^2 = x + 4 \Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{6}$$

$$x_1 = -1 \quad (\text{entero})$$

$$x_2 = \frac{4}{3} \quad (\text{fracción})$$

b) Calculamos el área:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^{4/3} [(x + 4) - 3x^2] \, dx \\ &= \boxed{\frac{343}{54}} \approx 6,352 \end{aligned}$$

5. Solución paso a paso:

$$\text{Área}(R) = 5 \times 6 = 30$$

$$\int_{-3}^2 \int_{-2}^4 (2x + 5) \, dy \, dx$$

$$= \int_{-3}^2 (12x + 30) \, dx$$

$$= 120$$

$$\text{Valor promedio} = \boxed{4}$$

Soluciones FILA B

1. Solución paso a paso:

$$\begin{aligned}
 & \int_{-1}^4 \int_0^5 (5xy^2 + 2) dy dx \\
 &= \int_{-1}^4 \left[\frac{5}{3}xy^3 + 2y \right]_{y=0}^{y=5} dx \\
 &= \int_{-1}^4 \left(\frac{625}{3}x + 10 \right) dx \\
 &= \boxed{\frac{3225}{2}}
 \end{aligned}$$

2. Solución paso a paso:

a) Ecuación de la recta: $(3, 0)$ a $(0, 4)$:

$$y = -\frac{4}{3}x + 4$$

b) Planteamos la integral:

$$0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq -\frac{4}{3}x + 4$$

$$\begin{aligned}
 & \iint_R (3x + 2y) dA \\
 &= \int_0^3 [3xy + y^2]_{y=0}^{y=-\frac{4}{3}x+4} dx \\
 &= \boxed{34}
 \end{aligned}$$

3. Solución paso a paso:

a) Región original: $0 \leq y \leq 1, \sqrt{y} \leq x \leq 1$

b) Nueva región: $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2$

$$\begin{aligned}
 & \int_0^1 \int_0^{x^2} 6xy^2 dy dx \\
 &= \int_0^1 [2xy^3]_{y=0}^{y=x^2} dx \\
 &= \boxed{\frac{1}{4}}
 \end{aligned}$$

4. Solución paso a paso:

a) Puntos de intersección:

$$3x^2 = x + 4 \Rightarrow 3x^2 - x - 4 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{6}$$

$$x_1 = -1 \quad (\text{entero})$$

$$x_2 = \frac{4}{3} \quad (\text{fracción})$$

b) Calculamos el área:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-1}^{4/3} [(x + 4) - 3x^2] \, dx \\ &= \boxed{\frac{343}{54}} \approx 6,352 \end{aligned}$$

5. Solución paso a paso:

$$\text{Área}(R) = 7 \times 5 = 35$$

$$\begin{aligned} &\int_{-2}^5 \int_{-3}^2 (4x + 1) \, dy \, dx \\ &= 245 \end{aligned}$$

$$\text{Valor promedio} = \boxed{7}$$