Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201910
Fila A
Abril 27 de 2019

Nombre completo:____________________ Código:____________________

1. **[10 pts]** Calcule la integral
$$\int_0^1 \int_0^2 (ye^x + x - y)\ dxdy.$$

---

2. **[15 pts]** Considere la integral
$$\int_0^1 \int_y^1 x^2 e^{xy}\ dxdy.$$
   (a) [5 pts] Trace la región de integración.
   (b) [5 pts] Invierta el orden de integración.
   (c) [5 pts] Evalúe la integral del inciso anterior.

---

3. **[10 pts]** Calcule el área de la región $R$ limitada por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = x + 2$.

---

4. **[15 pts]** Encuentre el valor promedio de la función
$$f(x, y) = \frac{y}{x} + x$$
sobre la región $R : 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 3$.

---

Tiempo máximo: 80 minutos.

**Importante**: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

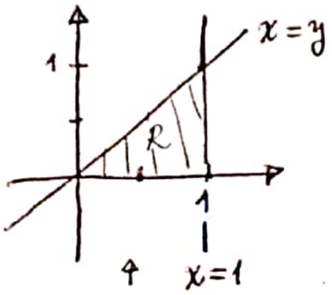
# Solución Parcial III
## Cálculo III (ANEC) 201910
### fila A

1) $\int_0^1\int_0^2 (ye^x + x - y)\,dx\,dy = \frac{e^2+1}{2}$

$\approx 4{,}2$

2)

ⓐ $R \overset{stlh}{=} \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y\le x\le 1 \wedge 0\le y\le 1\}$




ⓑ $R \overset{stlv}{=} \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / 0\le x\le 1 \wedge 0\le y\le x\}$.

$I := \int_0^1\int_0^x x^2 e^{xy}\,dy\,dx$

ⓒ

$I = \int_0^1 x^2\left(\frac{1}{x}e^{xy}\right)\Big|_0^x dx$

$= \int_0^1 x(e^{x^2}-1)\,dx$

$= \int_0^1 xe^{x^2}dx - \int_0^1 x\,dx$

$= \frac{1}{2} e^{x^2}\Big|_0^1 - \frac{1}{2} x^2\Big|_0^1$

$= \frac{1}{2}e - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

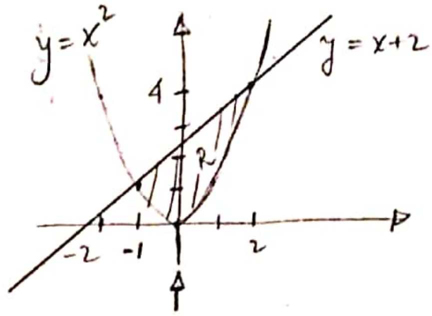
$= \frac{1}{2}e - 1 \approx 0{,}36$

3) Puntos de corte:

$x^2 = x+2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$

$x = 2$ ó $x = -1$




$R = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 / -1\le x\le 2 \wedge x^2\le y\le x+2\}$

$a(R) = \int_{-1}^{2}\int_{x^2}^{x+2} dy\,dx = \frac{9}{2}$

4) la región es un rectángulo, entonces

$a(R) = \text{base}\times\text{altura} = 3\times 2 = 6$.

$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_1^3\int_1^4 \left(\frac{y}{x}+x\right)dx\,dy$

$= \int_1^3 \left(y\ln x + \frac{1}{2}x^2\right)\Big|_1^4 dy$

$= \int_1^3 \left[\left(y\ln 4 + 8\right) - \left(0 + \frac{1}{2}\right)\right] dy$

$= \int_1^3 \left(y\ln 4 + \frac{15}{2}\right)dy = \left(\frac{1}{2}y^2\ln 4 + \frac{15}{2}y\right)\Big|_1^3$

$= \frac{9}{2}\ln 4 + \frac{45}{2} - \frac{1}{2}\ln 4 - \frac{15}{2}$

$= 4\ln 4 + 15$.

$\Rightarrow$ Valor promedio $= \frac{4}{3}\ln 2 + \frac{5}{2} \approx 3{,}42$

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201910
Fila B
Abril 27 de 2019

Nombre completo:____________________ Código:____________________

1. **[10 pts]** Calcule la integral
$$\int_0^2 \int_0^1 (xe^y - x + y)\ dydx.$$

---

2. **[15 pts]** Considere la integral
$$\int_0^1 \int_x^1 y^2 e^{xy}\ dydx.$$
   (a) [5 pts] Trace la región de integración.
   (b) [5 pts] Invierta el orden de integración.
   (c) [5 pts] Evalúe la integral del inciso anterior.

---

3. **[10 pts]** Calcule el área de la región $R$ limitada por la parábola $y = x^2$ y la recta $y = x + 6$.

---

4. **[15 pts]** Encuentre el valor promedio de la función
$$f(x, y) = \frac{y}{x} + y$$
sobre la región $R : 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 3$.

---

Tiempo máximo: 80 minutos.

**Importante**: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución Parcial III

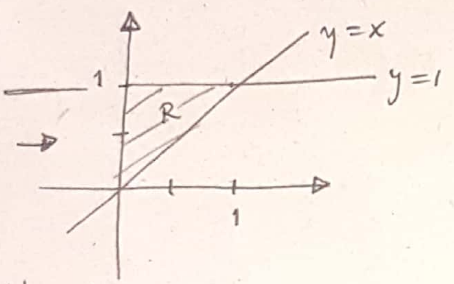
Cálculo III (ANEC) 201910

fila B

1) $\int_0^2\int_0^1 (xe^y - x + y)\,dy\,dx = 2e-3$
$\approx 2,4$

2)

ⓐ $R \overset{\text{stv}}{=} \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\le x\le 1 \wedge x\le y\le 1\}$




ⓑ $R \overset{\text{sth}}{=} \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid 0\le x\le y \wedge 0\le y\le 1\}$

$$I := \int_0^1\int_0^y y^2 e^{xy}\,dx\,dy$$

ⓒ

$$I = \int_0^1 y^2\left(\frac{1}{y}e^{xy}\right)\Big|_0^y dy$$

$$= \int_0^1 y\left(e^{y^2}-1\right)dy$$

$$= \int_0^1 y e^{y^2}dy - \int_0^1 y\,dy$$

$$= \frac{1}{2}e^{y^2}\Big|_0^1 - \frac{1}{2}y^2\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{2}e - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$

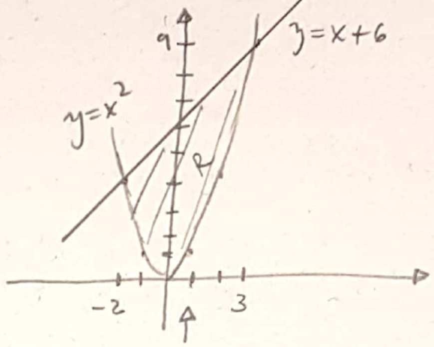
$$= \frac{1}{2}e - 1 \approx 0,36.$$

3) Puntos de corte:

$x^2 = x+6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$x = 3$ ó $x = -2$




$R = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid -2\le x\le 3 \wedge x^2\le y\le x+6\}$

$$a(R) = \int_{-2}^3\int_{x^2}^{x+6} dy\,dx = \frac{125}{6} \approx 20,8$$

4) la región es un rectángulo, entonces $a(R) = \text{base} \times \text{altura} = 3\times 2 = 6$.

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_1^3\int_1^4 \left(\frac{y}{x} + y\right)dx\,dy$$

$$= \int_1^3 y\left(\ln x + x\right)\Big|_1^4 dy$$

$$= \int_1^3 y\left[(\ln 4 + 4) - (0+1)\right]dy$$

$$= (\ln 4 + 3)\int_1^3 y\,dy = (\ln 4 + 3)\cdot\frac{1}{2}y^2\Big|_1^3$$

$$= (\ln 4 + 3)\cdot\frac{1}{2}(9-1) = 4\ln 4 + 12$$

$\Rightarrow$ Valor promedio $= \frac{4}{3}\ln 2 + 2 \approx 2,92$