



UNIVERSIDAD DEL NORTE
INTERSEMESTRAL
PRIMER PARCIAL DE CÁLCULO III (ANEC)
JUNIO 20 DE 2016

Nombre: _____

1. (a) Describa y grafique en el plano, el dominio de la función

$$f(x, y) = \frac{e^{xy}}{x - 2y}$$

- (b) Bosqueje la superficie $3x^2 + 2y^2 = 1$.

2. La productividad de cierto país está dada por

$$Q(k, l) = 150 \left(0,4k^{-1/2} + 0,6l^{-1/2} \right)^{-2}$$

unidades, donde k es el capital en unidades de \$1 millón y l es la fuerza laboral en miles de horas-trabajador.

- a) Encuentre la productividad marginal del capital y la productividad marginal del trabajo.
b) Actualmente, el gasto de capital es 5,041 miles de millones de dólares y se emplean 4 900 000 horas-trabajador. Encuentre las productividades marginales en estos niveles.
c) ¿Debe el gobierno estimular la inversión de capital o el incremento de la fuerza laboral para aumentar la productividad tan rápidamente como sea posible?
3. Suponga que las ecuaciones de demanda para los productos relacionados A y B son

$$q_A = e^{-(p_A + p_B)} \quad \text{y} \quad q_B = \frac{16}{p_A^2 p_B^2}$$

donde q_A y q_B son los números de unidades demandadas de A y B cuando los precios unitarios son p_A y p_B , respectivamente.

- a) Encuentre las demandas marginales.
b) Clasifique A y B como competitivos, complementarios o ninguno de los dos.
4. Evalúe la derivada parcial indicada para los valores dados de las variables.

$$\frac{xz^2}{x+y} + y^2 = 0; \quad \frac{\partial z}{\partial x}, \quad x = -1, \quad y = 2, \quad z = 2.$$

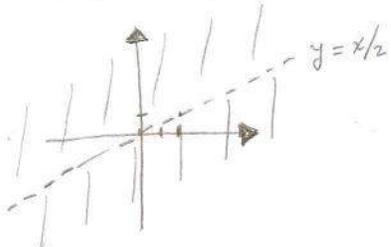
$$\textcircled{1} a) f(x,y) = \frac{e^{xy}}{x-2y}$$

Sol:

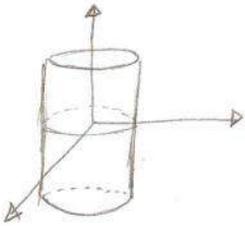
$$x-2y=0$$

$$y=x/2$$

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq x/2\}$$



$$b) 3x^2 + 2y^2 = 1$$



$$\textcircled{2} Q(k,l) = 150(0,4k^{-1/2} + 0,6l^{-1/2})^{-2}$$

$$a) \frac{\partial Q}{\partial k} = -300(0,4k^{-1/2} + 0,6l^{-1/2})^{-3} \cdot (-0,2k^{-3/2})$$

$$= 60k^{-3/2}(0,4k^{-1/2} + 0,6l^{-1/2})^{-3}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial l} = -300(0,4k^{-1/2} + 0,6l^{-1/2})^{-3} \cdot (-0,3l^{-3/2})$$

$$= 90l^{-3/2}(0,4k^{-1/2} + 0,6l^{-1/2})^{-3}$$

$$b) k = 5041 \wedge l = 4900$$

$$\frac{\partial Q}{\partial k} \Big|_{(5041, 4900)} \approx 58,48$$

$$\frac{\partial Q}{\partial l} \Big|_{(5041, 4900)} \approx 91,54$$

c) El gobierno debe estimular el incremento de la fuerza laboral para aumentar la productividad.

$$\textcircled{3} q_A = e^{-(P_A + P_B)} \wedge q_B = \frac{16}{P_A^2 P_B^2}$$

$$a) \frac{\partial q_A}{\partial P_A} = e^{-(P_A + P_B)} \cdot (-1)$$

$$= -e^{-(P_A + P_B)}$$

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = e^{-(P_A + P_B)} \cdot (-1)$$

$$= -e^{-(P_A + P_B)}$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial P_A} = \frac{16}{P_B^2} \cdot \frac{-2}{P_A^3} = \frac{-32}{P_A^3 P_B^2}$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial P_B} = \frac{16}{P_A^2} \cdot \frac{-2}{P_B^3} = \frac{-32}{P_A^2 P_B^3}$$

$$b) \frac{\partial q_A}{\partial P_B} < 0 \wedge \frac{\partial q_B}{\partial P_A} < 0$$

los productos A y B son complementarios

$$\textcircled{4} \frac{xz^2}{x+y} + y^2 = 0; \frac{\partial z}{\partial x}, x = -1, y = 2, z = 2.$$

Sol:

$$xz^2 = -y^2(x+y)$$

$$1 \cdot z^2 + x \cdot 2z \frac{\partial z}{\partial x} = -y^2 \cdot 1$$

$$z^2 + 2xz \frac{\partial z}{\partial x} = -y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y^2 - z^2}{2xz}$$

$$= \frac{-2^2 - 2^2}{2 \cdot (-1) \cdot 2}$$

$$= \frac{-8}{-4}$$

$$= 2$$