

Nombre completo: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

1. [20 pts] Conteste falso (F) o verdadero (V) según el caso. Justifique claramente su respuesta.

(a) [5 pts] El punto (5, 7) está en el dominio de la función  $f(x, y) = \frac{y^2}{\ln(3x - 2y)}$ . ..... ( )

(b) [5 pts] Si  $f(x, y)$  es una función de dos variables tal que  $f_y = 0$ , entonces  $f_x = 0$ . ..... ( )

(c) [5 pts] Supongamos que  $q_A = \frac{300}{\sqrt{p_A p_B}}$  y  $q_B = \frac{200}{\sqrt{p_A^3 p_B}}$  son las funciones de demanda para dos productos  $A$  y  $B$ , respectivamente, y que  $p_A$  y  $p_B$  son sus respectivos precios. Entonces,  $A$  y  $B$  son productos complementarios. .... ( )

(d) [5 pts] Si  $z = ye^x - xe^y$ , entonces  $z_{xx} + z_{yy} = z$ . .... ( )

2. [15 pts] Una compañía fabrica dos productos  $A$  y  $B$ . Suponga que la función de costos conjuntos de producir  $q_A$  unidades del producto  $A$  y  $q_B$  unidades del producto  $B$  está dada por

$$c + \sqrt{c} = 26 + q_B \sqrt{9 + q_A^2}$$

donde  $c$  denota el costo total (en dólares).

(a) [10 pts] Aplicando derivación implícita, determine los costos marginales con respecto a  $q_A$  y  $q_B$  cuando  $q_A = 4$ ,  $q_B = 6$  y  $c = 49$ .

(b) [5 pts] Teniendo en cuenta los resultados del inciso anterior, ¿es más conveniente para la compañía producir una unidad adicional de  $A$  o de  $B$ ? Justifique claramente su respuesta.

3. [15 pts] Un distribuidor de bicicletas ha encontrado que si se venden bicicletas de 10 velocidades en  $x$  dólares cada una, y el precio de la gasolina es  $y$  centavos por galón, se venderán aproximadamente  $V(x, y)$  bicicletas al mes, donde

$$V(x, y) = 100 - 42\sqrt{x} + 15(0.3y + 1)^{3/2}.$$

Actualmente, las bicicletas se venden a \$423 cada una y la gasolina se vende a \$2.10. Determine el cambio en la venta de bicicletas cuando el precio de las bicicletas se mantiene fijo, pero el precio de la gasolina aumenta en un centavo por galón. Interprete el resultado.

Tiempo máximo: 110 minutos.

**Importante:** Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario  
Parcial I - 201730  
fila B.

1 a) Para  $x=5$  y  $y=7$ , tenemos  
 $\ln(3x-2y) = \ln 1 = 0$

$\Rightarrow (5, 7) \notin \text{Dom}(f)$

(F)

b) Para la función  $f(x, y) = e^x$ , tenemos  
 $f_y = 0 \wedge f_x = e^x \neq 0$

(F)

c)  $q_A = 300 P_A^{-1/2} P_B^{-1/2} \wedge q_B = 200 P_A^{-3/2} P_B^{-1/2}$

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = -150 P_A^{-1/2} P_B^{-3/2} = \frac{-150}{P_A^{1/2} P_B^{3/2}} < 0$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial P_A} = -300 P_A^{-5/2} P_B^{-1/2} = \frac{-300}{P_A^{5/2} P_B^{1/2}} < 0.$$

los productos A y B son complementarios

(V)

d)  $z = ye^x - xe^y$   
 $z_x = ye^x - e^y \wedge z_{xx} = ye^x$

$z_y = e^x - xe^y \wedge z_{yy} = -xe^y$

Entonces,  
 $z_{xx} + z_{yy} = ye^x - xe^y = z.$

(V)

2 a)

$$\frac{\partial (c+\sqrt{c})}{\partial q_A} = \frac{\partial (26 + q_B \sqrt{9 + q_A^2})}{\partial q_A}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_A} + \frac{1}{2\sqrt{c}} \frac{\partial c}{\partial q_A} = \frac{q_A q_B}{\sqrt{9 + q_A^2}}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_A} = \frac{q_A q_B}{\sqrt{9 + q_A^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{c}}\right)}$$

$$\frac{\partial (c+\sqrt{c})}{\partial q_B} = \frac{\partial (26 + q_B \sqrt{9 + q_A^2})}{\partial q_B}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_B} + \frac{1}{2\sqrt{c}} \frac{\partial c}{\partial q_B} = \sqrt{9 + q_A^2}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_B} = \frac{\sqrt{9 + q_A^2}}{1 + \frac{1}{2\sqrt{c}}}$$

Cuando  $q_A = 4$ ,  $q_B = 6$  y  $c = 49$ , tenemos

$$\frac{\partial c}{\partial q_A} = \frac{112}{25} \approx 4,5 \wedge \frac{\partial c}{\partial q_B} = \frac{14}{3} = 4,7$$

b) Para la compañía es más conveniente producir una unidad adicional de  $q_A$ .

3)  $V(x, y) = 100 - 42\sqrt{x} + 15(0,3y + 1)^{3/2}$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 15 \cdot \frac{3}{2} (0,3y + 1)^{1/2} \cdot 0,3$$

Aquí,

$$\frac{\partial V}{\partial y}(423, 210) = 54$$

Si el precio de la gasolina aumenta en un centavo, entonces aumentarían la venta de bicicletas aprox. en 54 unidades.

Nombre completo: \_\_\_\_\_ Código: \_\_\_\_\_

1. [20 pts] Conteste falso (F) o verdadero (V) según el caso. Justifique claramente su respuesta.

(a) [5 pts] El punto  $(2, 3)$  está en el dominio de la función  $f(x, y) = \frac{x^2}{\ln(2x - y)}$ . ..... ( )

(b) [5 pts] Si  $f(x, y)$  es una función de dos variables tal que  $f_x = 0$ , entonces  $f_y = 0$ . ..... ( )

(c) [5 pts] Supongamos que  $q_A = \frac{200}{\sqrt{p_A p_B}}$  y  $q_B = \frac{300}{\sqrt{p_A p_B^3}}$  son las funciones de demanda para dos productos  $A$  y  $B$ , respectivamente, y que  $p_A$  y  $p_B$  son sus respectivos precios. Entonces,  $A$  y  $B$  son productos competitivos. .... ( )

(d) [5 pts] Si  $z = xe^y - ye^x$ , entonces  $z_{xx} + z_{yy} = z$ . .... ( )

2. [15 pts] Una compañía fabrica dos productos  $A$  y  $B$ . Suponga que la función de costos conjuntos de producir  $q_A$  unidades del producto  $A$  y  $q_B$  unidades del producto  $B$  está dada por

$$c + \sqrt{c} = 12 + q_A \sqrt{9 + q_B^2}$$

donde  $c$  denota el costo total (en dólares).

(a) [10 pts] Aplicando derivación implícita, determine los costos marginales con respecto a  $q_A$  y  $q_B$  cuando  $q_A = 6$ ,  $q_B = 4$  y  $c = 36$ .

(b) [5 pts] Teniendo en cuenta los resultados del inciso anterior, ¿es más conveniente para la compañía producir una unidad adicional de  $A$  o de  $B$ ? Justifique claramente su respuesta.

3. [15 pts] Un distribuidor de bicicletas ha encontrado que si se venden bicicletas de 10 velocidades en  $x$  dólares cada una, y el precio de la gasolina es  $y$  centavos por galón, se venderán aproximadamente  $V(x, y)$  bicicletas al mes, donde

$$V(x, y) = 200 - 24\sqrt{x} + 40(0.1y + 7)^{3/2}.$$

Actualmente, las bicicletas se venden a \$324 cada una y la gasolina se vende a \$1.80. Determine el cambio en la venta de bicicletas cuando el precio de las bicicletas se mantiene fijo, pero el precio de la gasolina disminuye en un centavo por galón. Interprete el resultado.

Tiempo máximo: 110 minutos.

**Importante:** Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución parcial I - 201730  
fila A

1) a) Para  $x=2$  y  $y=3$ , tenemos

$$\ln(2x-y) = \ln 1 = 0$$

→  $(2,3) \notin \text{Dom}(f)$ .

(F)

b) Para la función  $f(x,y) = e^y$ , tenemos:

$$f_x = 0 \sim f_y = e^y \neq 0$$

(F)

c)  $q_A = 200 P_A^{-1/2} P_B^{-1/2}$  y  $q_B = 300 P_A^{-1/2} P_B^{-3/2}$

$$\frac{\partial q_A}{\partial P_B} = -100 P_A^{-1/2} P_B^{-3/2} = \frac{-100}{P_A^{1/2} P_B^{3/2}} < 0$$

$$\frac{\partial q_B}{\partial P_A} = -150 P_A^{-3/2} P_B^{-3/2} = \frac{-150}{P_A^{3/2} P_B^{3/2}} < 0$$

Los productos A y B son complementarios.

(F)

d)  $z = x e^y - y e^x$

$$z_x = e^y - y e^x \sim z_{xx} = -y e^x$$

$$z_y = x e^y - e^x \sim z_{yy} = x e^y$$

Entonces,

$$z_{xx} + z_{yy} = -y e^x + x e^y = z$$

(V)

2) a)

$$\frac{\partial}{\partial q_A} (c + \sqrt{c}) = \frac{\partial}{\partial q_A} (12 + q_A \sqrt{9 + q_B^2})$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_A} + \frac{1}{2\sqrt{c}} \frac{\partial c}{\partial q_A} = \sqrt{9 + q_B^2}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_A} = \frac{\sqrt{9 + q_B^2}}{1 + \frac{1}{2\sqrt{c}}}$$

$$\frac{\partial}{\partial q_B} (c + \sqrt{c}) = \frac{\partial}{\partial q_B} (12 + q_A \sqrt{9 + q_B^2})$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_B} + \frac{1}{2\sqrt{c}} \frac{\partial c}{\partial q_B} = \frac{q_A q_B}{\sqrt{9 + q_B^2}}$$

$$\frac{\partial c}{\partial q_B} = \frac{q_A q_B}{\sqrt{9 + q_B^2} \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{c}}\right)}$$

Cuando  $q_A = 6$ ,  $q_B = 4$  y  $c = 36$ , tenemos

$$\frac{\partial c}{\partial q_A} = \frac{60}{13} \approx 4,6 \quad \wedge \quad \frac{\partial c}{\partial q_B} = \frac{288}{65} \approx 4,43$$

b) Para la compañía es más conveniente producir una unidad adicional de  $q_B$ .

3)  $V(x,y) = 200 - 24\sqrt{x} + 40(0,1y + 7)^{3/2}$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 40 \cdot \frac{3}{2} (0,1y + 7)^{1/2} \cdot 0,1$$

Aquí,

$$\frac{\partial V}{\partial y} (324, 180) = 30$$

Si el precio de la gasolina disminuye en un centavo, entonces disminuirá la venta de bicicletas aprox. en 30 unidades.