



UNIVERSIDAD  
DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística

Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201610

FILA A

April 30, 2016

Nombre completo: \_\_\_\_\_

Código: \_\_\_\_\_

*Solucionario*

1. Calcule la integral doble  $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{x}} x^2 y \, dy \, dx$ .

2. Para la integral doble  $\int_0^2 \int_y^{\sqrt{2y}} f(x, y) \, dx \, dy$ :

(a) Dibuje la región de integración.

(b) Escriba la integral dada como una integral equivalente con el orden de integración invertido.

3. Use una integral doble para hallar el área de la región limitada por las curvas  $y = x^2 - 2x$  y  $y = -x^2 + 4$

4. Encuentre el valor promedio de la función  $f(x, y) = xye^{x^2y}$  sobre la región rectangular con vértices  $(1, 3)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(3, 3)$  y  $(3, 5)$ .

**Importante:** Cualquier manipulación durante el examen de celulares o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude !

$$1) \int_0^4 \int_0^{\sqrt{x}} x^2 y \, dy \, dx$$

$$= \int_0^4 x^2 \left( \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{\sqrt{x}} dx$$

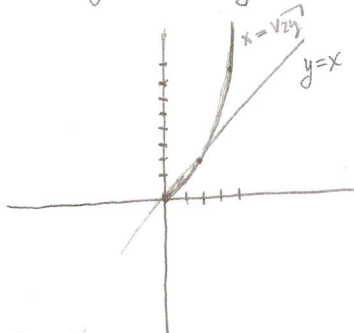
$$= \frac{1}{2} \int_0^4 x^3 dx$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^4$$

$$= 32$$

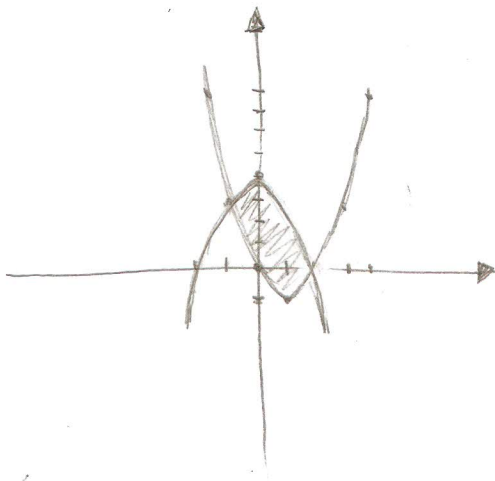
$$2) \int_0^2 \int_y^{\sqrt{2y}} f(x,y) \, dx \, dy$$

$$R: 0 \leq y \leq 2 \wedge y \leq x \leq \sqrt{2y}$$



$$\int_0^2 \int_{x^2/2}^x f(x,y) \, dy \, dx$$

$$3) y = x^2 - 2x \wedge y = -x^2 + 4$$



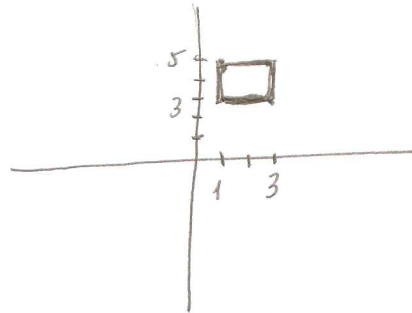
$$\text{área de } R = \int_{-1}^2 \int_{x^2-2x}^{-x^2+4} dy \, dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-x^2 + 4 - x^2 + 2x) dx$$

$$= \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx = 9$$



$$4) f(x,y) = xy e^{x^2 y}$$



$$u = x^2 y$$

$$du = 2xy \, dx$$

$$\frac{du}{2}$$

$$VP = \frac{1}{4} \int_3^5 \int_1^3 xy e^{x^2 y} \, dx \, dy$$

$$= \frac{1}{4} \int_3^5 \frac{1}{2} (e^{x^2 y}) \Big|_1^3 dy$$

$$= \frac{1}{8} \int_3^5 (e^{9y} - e^y) dy$$

$$= \frac{1}{8} \left( \frac{1}{9} e^{9y} - e^y \right) \Big|_3^5$$

$$= \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{1}{9} e^{45} - e^5 \right) - \left( \frac{1}{9} e^{27} - e^3 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{8} \left( \frac{1}{9} e^{45} - e^5 - \frac{1}{9} e^{27} + e^3 \right)$$



UNIVERSIDAD  
DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística

Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201610

FILA B

April 30, 2016

Nombre completo:

Solucionario Código

1. Calcule la integral doble  $\int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} xy^2 dx dy$ .

2. Para la integral doble  $\int_0^4 \int_{y/2}^{\sqrt{y}} f(x, y) dx dy$ :

(a) Dibuje la región de integración.

(b) Escriba la integral dada como una integral equivalente con el orden de integración invertido.

3. Use una integral doble para hallar el área de la región limitada por las curvas  $y = x^2 + 5x$  y  $y = -x^2 + 3$

4. Encuentre el valor promedio de la función  $f(x, y) = xye^{x^2y}$  sobre la región rectangular con vértices (1, 3), (1, 5), (3, 3) y (3, 5).

**Importante:** Cualquier manipulación durante el examen de celulares o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude !

$$1) \int_0^4 \int_0^{\sqrt{y}} xy^2 dx dy$$

$$= \int_0^4 y^2 \left( \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^{\sqrt{y}} dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^4 y^3 dy$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{y^4}{4} \right) \Big|_0^4$$

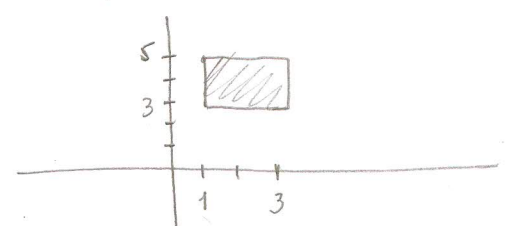
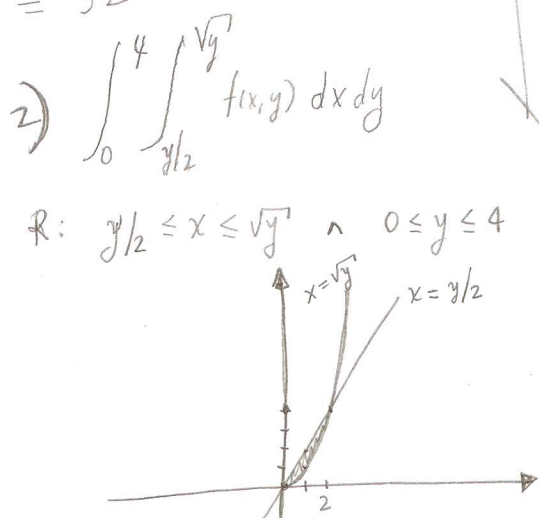
$$= 32$$

$$\text{área} = \int_{-3}^{1/2} \int_{x^2+5x}^{-x^2+3} dy dx$$

$$= \int_{-3}^{1/2} (-x^2+3-x^2-5x) dx$$

$$= \int_{-3}^{1/2} (-2x^2-5x+3) dx = \frac{343}{24} \approx 14,292$$

B



$$\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} f(x,y) dy dx$$

$x = y/2$   
 $x = \sqrt{y}$

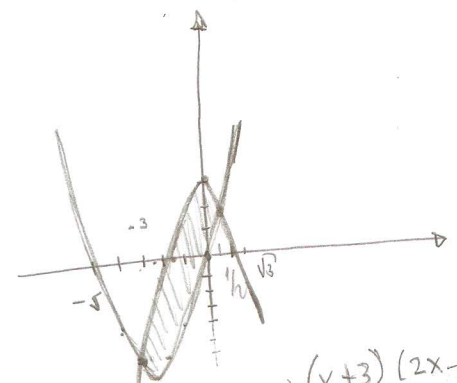
$$VP = \frac{1}{4} \int_3^5 \int_1^3 xy e^{x^2 y} dx dy$$

$$= \frac{1}{4} \int_3^5 \frac{1}{2} (e^{x^2 y}) \Big|_1^3 dy$$

$$= \frac{1}{8} \int_3^5 (e^{9y} - e^y) dy$$

$$= \frac{1}{8} \left( \frac{1}{9} e^{9y} - e^y \right) \Big|_3^5$$

3)  $y = x^2 + 5x$   $\wedge$   $y = -x^2 + 3$



$$= \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{1}{9} e^{45} - e^5 \right) - \left( \frac{1}{9} e^{27} - e^3 \right) \right]$$

$$= \frac{1}{8} \left( \frac{1}{9} e^{45} - e^5 - \frac{1}{9} e^{27} + e^3 \right)$$

$$\left. \begin{aligned} x^2 + 5x &= -x^2 + 3 \\ 2x^2 + 5x - 3 &= 0 \\ \frac{(2x+6)(2x-1)}{2} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (x+3)(2x-1) &= 0 \\ x &= -3 \quad x = 1/2 \end{aligned}$$