UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201710
Fila A
April 28, 2017

Nombre completo: Solucionario Código:

1. Calcule la integral doble $\displaystyle\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 e^{y^3}\, dy\, dx$.

---

2. Dada la integral $\displaystyle\int_{-2}^{0} \int_{-x}^{2} y^4 e^{xy^2}\, dy\, dx$

   (a) Dibuje la región de integración y escriba la integral con el orden de integración invertido.

   (b) Evalúe la integral usando cualquiera de los órdenes de integración.

---

3. Use una integral doble para calcular el área de la región limitada por las gráficas de $y = \ln x$, $y = 1$, $x = 0$ y $y=0$

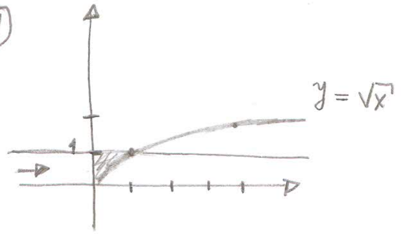
---

4. Halle el valor promedio de la función $f(x, y) = 400xe^{-y}$ sobre el rectángulo con vértices $(1, 1)$, $(7, 1)$, $(1, 4)$ y $(7, 4)$.

Tiempo máximo: 105 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude !

1



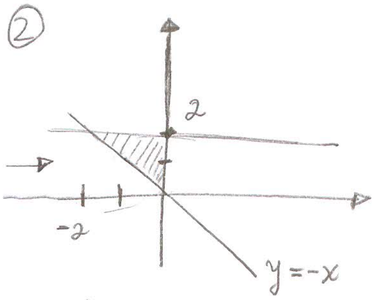
$$\int_0^1\int_0^{y^2} e^{y^3}\,dx\,dy$$

$$= \int_0^1 y^2 e^{y^3}\,dy$$

$$= \frac{1}{3} e^{y^3}\Big|_0^1$$

$$= \frac{1}{3}e - \frac{1}{3}$$

2



$$\int_0^2\int_{-y}^0 y^4 e^{xy^2}\,dx\,dy$$

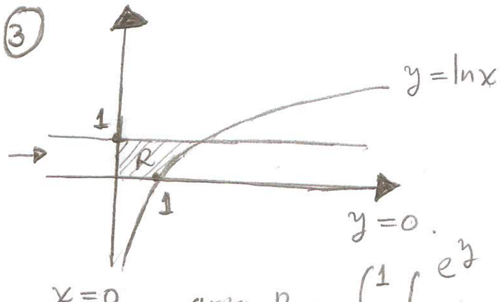
$$= \int_0^2 y^4\cdot\frac{1}{y^2}e^{xy^2}\Big|_{-y}^0\,dy$$

$$= \int_0^2 y^2\left(1-e^{-y^3}\right)dy$$

$$= \int_0^2 y^2\,dy - \int_0^2 y^2 e^{-y^3}\,dy$$

$$= \frac{y^3}{3}\Big|_0^2 + \frac{1}{3}e^{-y^3}\Big|_0^2 = \frac{8}{3} + \left(\frac{1}{3}e^{-8} - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{3} + \frac{1}{3e^8}$$

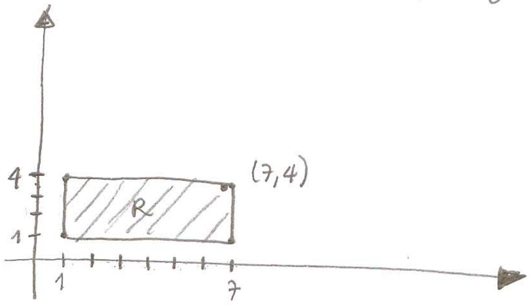
3



$$\text{area } R = \int_0^1\int_0^{e^y} dx\,dy$$

$$= \int_0^1 x\Big|_0^{e^y} dy = \int_0^1 e^y\,dy = e-1$$

4



area (R) = base x altura = $6\times 3 = 18$

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_1^7\int_1^4 400\,x e^{-y}\,dy\,dx$$

$$= 400\int_1^7 -x\left(e^{-y}\Big|_1^4\right)dx$$

$$= -400\left(e^{-4}-e^{-1}\right)\int_1^7 x\,dx$$

$$= 400\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{e^4}\right)\left(\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^7$$

$$= 400\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{e^4}\right)\left(\frac{49}{2}-\frac{1}{2}\right) = 9600\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{e^4}\right)$$

Entonces,

$$\text{Valor promedio} = \frac{1}{18}\cdot 9600\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{e^4}\right) = \frac{1600}{3}\left(\frac{1}{e}-\frac{1}{e^4}\right)$$

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201710
Fila B
April 28, 2017

Nombre completo: Solucionario Código:

1. Calcule la integral doble $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 e^{y^4}\, dy\, dx$.

---

2. Dada la integral $\int_0^2 \int_y^2 x^4 e^{x^2 y}\, dx\, dy$

   (a) Dibuje la región de integración y escriba la integral con el orden de integración invertido.

   (b) Evalúe la integral usando cualquiera de los órdenes de integración.

---

3. Use una integral doble para calcular el área de la región limitada por las gráficas de $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 1$.

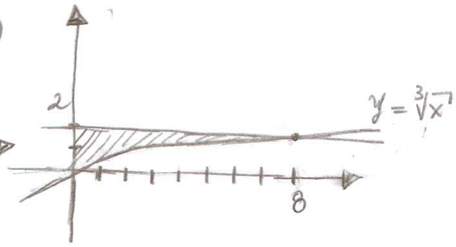
---

4. Halle el valor promedio de la función $f(x, y) = 200ye^{-x}$ sobre el rectángulo con vértices $(2, 2)$, $(2, 8)$, $(6, 8)$ y $(6, 2)$.

Tiempo máximo: 105 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude !

1



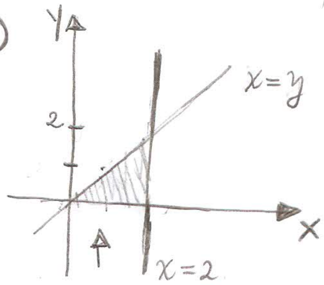
$$\int_0^2\int_0^{y^3} e^{y^4}\,dx\,dy$$

$$=\int_0^2 y^3 e^{y^4}\,dy$$

$$=\frac{1}{4}e^{y^4}\Big|_0^2$$

$$=\frac{1}{4}e^{16}-\frac{1}{4}$$

2



$$\int_0^2\int_0^{x} x^4 e^{x^2 y}\,dy\,dx$$

$$=\int_0^2 x^4\cdot\frac{1}{x^2}e^{x^2 y}\Big|_0^{x}\,dx$$

$$=\int_0^2 x^2\left(e^{x^3}-1\right)dx$$

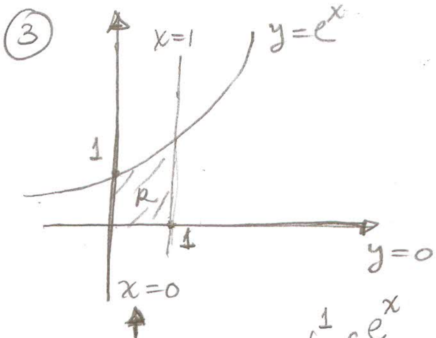
$$=\int_0^2 x^2 e^{x^3}\,dx-\int_0^2 x^2\,dx$$

$$=\frac{1}{3}e^{x^3}\Big|_0^2-\frac{x^3}{3}\Big|_0^2$$

$$=\frac{1}{3}e^{8}-\frac{1}{3}-\left(\frac{8}{3}\right)$$

$$=\frac{1}{3}e^{8}-3$$

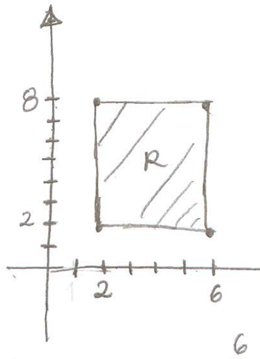
3



$$\text{área de } R=\int_0^1\int_0^{e^x} dy\,dx$$

$$=\int_0^1 y\Big|_0^{e^x}dx=\int_0^1 e^x\,dx = e-1$$

4



área (R) = base x altura
$= 4\times 6 = 24$

$$\iint_R f(x,y)\,dA=\int_2^6\int_2^8 200\,y\,e^{-x}\,dy\,dx$$

$$=200\int_2^6 e^{-x}\cdot\frac{y^2}{2}\Big|_2^8\,dx$$

$$=200\int_2^6 e^{-x}(32-2)\,dx$$

$$=6000\left(-e^{-x}\right)\Big|_2^6$$

$$=6000\left(-e^{-6}+e^{-2}\right)$$

Entonces,

$$\text{Valor promedio}=\frac{1}{24}\cdot 6000\left(\frac{-1}{e^6}+\frac{1}{e^2}\right)=250\left(\frac{1}{e^2}-\frac{1}{e^6}\right)$$