UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201730
Fila A
Octubre 21 de 2017

Nombre completo:____________________ Código:____________________

1. [10 pts] Evalúe la integral

$$\int_{-1}^{2}\int_{1}^{3}(3x+y)\,dydx.$$

---

2. [15 pts] Escoja cuidadosamente el orden de integración para calcular la integral

$$\iint_R \frac{1}{x^2+1}\,dA$$

donde R es el triángulo limitado por las rectas $y=\frac{1}{3}x$, $y=-x$ y $x=6$.

---

3. [10 pts] Use una integral doble para determinar el área de la región R limitada por $y=x^2-18$ y $y=-x^2$.

---

4. [15 pts] Calcule el valor promedio de la función $f(x,y)=6xy$ sobre la región triangular R determinada por los puntos $(0,0)$, $(0,1)$ y $(3,1)$.

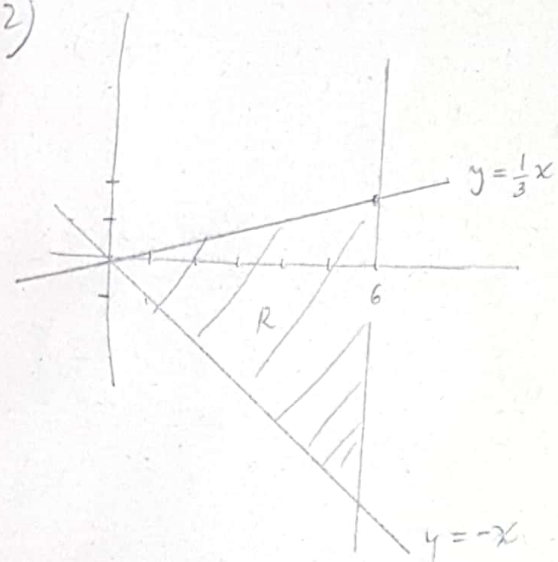
Tiempo máximo: 100 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución fila A

1) $\displaystyle\int_{-1}^{2}\int_{1}^{3} (3x+y)\,dy\,dx = 21$

2)



$$\iint_R \frac{1}{x^2+1}\,dA = \int_0^6\int_{-x}^{\frac{1}{3}x} \frac{1}{x^2+1}\,dy\,dx$$

$$= \int_0^6 \frac{1}{x^2+1}\left(y\right)\Big|_{-x}^{\frac{1}{3}x}\,dx$$

$$= \int_0^6 \frac{1}{x^2+1}\left(\frac{1}{3}x+x\right)dx$$

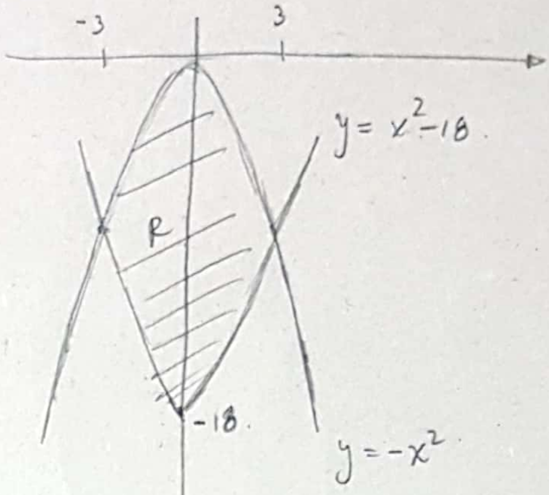
$$= \frac{4}{3}\int_0^6 \frac{x}{x^2+1}\,dx$$

$$= \frac{2}{3}\ln(x^2+1)\Big|_0^6$$

$$= \frac{2}{3}\left(\ln 37 - \ln 1\right)$$

$$= \frac{2}{3}\ln 37$$

3)

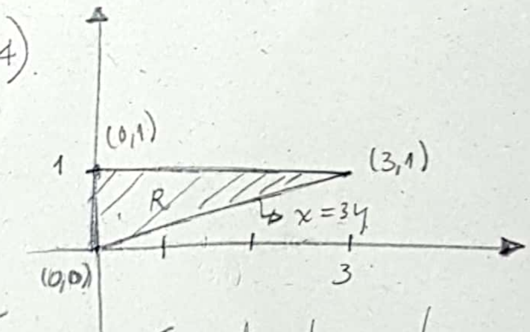


Puntos de intersección

$$x^2-18=-x^2$$
$$2x^2-18=0$$
$$x^2-9=0$$
$$x=3 \quad x=-3$$

$$\int_{-3}^{3}\int_{x^2-18}^{-x^2} dy\,dx = 72$$

4)



$$a(R) = \frac{1\times 3}{2} = 3/2$$

La ecuación de la recta que pasa por (0,0) y (3,1) es $y=\frac{1}{3}x$

$$\to \iint_R f(x,y)\,dA = \int_0^1\int_0^{3y} 6xy\,dx\,dy = \frac{27}{4}$$

$$\text{Promedio} = \frac{1}{3/2}\cdot\frac{27}{4} = \frac{9}{2}$$

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201730
Fila B
Octubre 21 de 2017

Nombre completo:____________________Código:____________________

1. [**10 pts**] Evalúe la integral

$$\int_{-1}^{2}\int_{2}^{4}(x+2y)\,dxdy.$$

---

2. [**15 pts**] Escoja cuidadosamente el orden de integración para calcular la integral

$$\iint_R \frac{1}{y^2+1}\,dA$$

donde R es el triángulo limitado por las rectas $y=\frac{1}{3}x$, $y=-x$ y $y=2$.

---

3. [**10 pts**] Use una integral doble para determinar el área de la región R limitada por $y=8-x^2$ y $y=x^2$.

---

4. [**15 pts**] Calcule el valor promedio de la función $f(x,y)=4xy$ sobre la región triangular R determinada por los puntos $(0,0)$, $(1,0)$ y $(1,3)$.

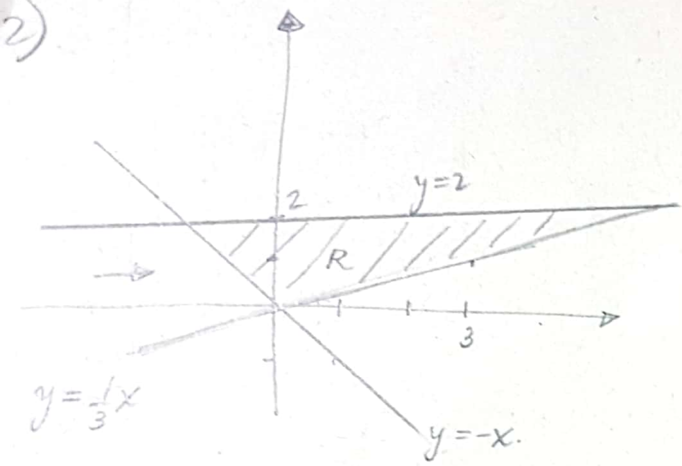
Tiempo máximo: 100 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución fila B.

1) $\displaystyle\int_{-1}^{2}\int_{2}^{4}(x+2y)\,dx\,dy = 24$

2)



$$\iint_R \frac{1}{y^2+1}\,dA = \int_0^2\int_{-y}^{3y}\frac{1}{y^2+1}\,dx\,dy$$

$$= \int_0^2 \frac{1}{y^2+1}\,(x)\Big|_{-y}^{3y}\,dy$$

$$= \int_0^2 \frac{1}{y^2+1}(3y+y)\,dy$$

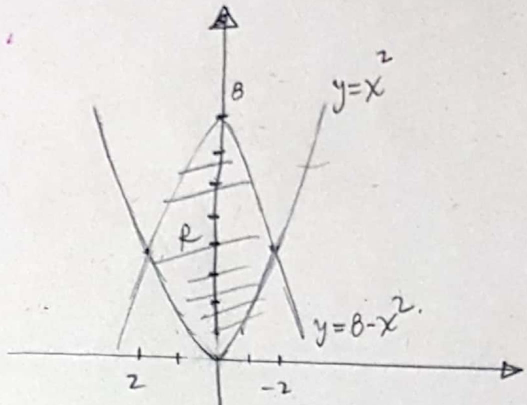
$$= 4\int_0^2 \frac{y}{y^2+1}\,dy$$

$$= 2\ln(y^2+1)\Big|_0^2$$

$$= 2(\ln 5 - \ln 1)$$

$$= 2\ln 5$$

3)

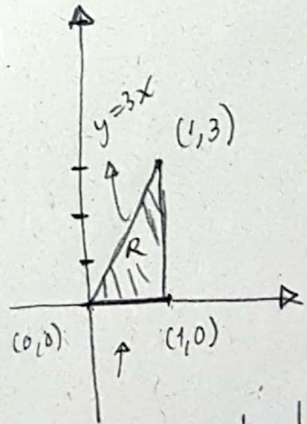


Puntos de intersección

$$8-x^2=x^2$$
$$8-2x^2=0$$
$$4-x^2=0$$
$$x=2 \quad x=-2.$$

$$\int_{-2}^{2}\int_{x^2}^{8-x^2} dy\,dx = \frac{64}{3}.$$

4)



$$a(R) = \frac{1\times 3}{2} = 3/2.$$

La ecuación de la recta que pasa por (0,0) y (1,3) es $y=3x$.

$$\Rightarrow \iint_R f(x,y)\,dA = \int_0^1\int_0^{3x} 4xy\,dy\,dx = \frac{9}{2}.$$

$$\text{Promedio} = \frac{1}{3/2}\cdot\frac{9}{2} = 3.$$