UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC
Fila B
Abril 21 de 2018

Nombre completo:________________________ Código:____________________

1. [**10 pts**] Evalúe la integral

$$\int_0^4 \int_1^2 (y^2 - 2x^2)\, dy dx.$$

---

2. [**15 pts**] Dibuje la región R determinada por la integral doble dada. Después cambie el orden de integración y luego calcule esta nueva integral.

$$\int_0^2 \int_y^2 y\sqrt{1+x^3}\, dx dy.$$

---

3. [**10 pts**] Use una integral doble para determinar el área de la región R limitada por $y = \frac{1}{2}x^2$ y $y = -2x$.

---

4. [**15 pts**] Calcule el valor promedio de la función $f(x,y) = e^{y^2}$ sobre la región triangular R determinada por el triángulo con vértices $(0,0)$, $(0,1)$ y $(1,1)$.

Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución parcial III

Cálculo III (ANEC) − 201810

fila B.

1) $\displaystyle\int_0^4\int_1^2 (y^2-2x^2)\,dy\,dx$

$\displaystyle=\int_0^4 \left(\tfrac{1}{3}y^3-2x^2y\right)\Big|_1^2\,dx$

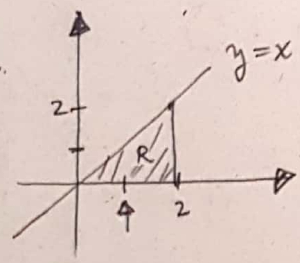
$\displaystyle=\int_0^4\left[\left(\tfrac{8}{3}-4x^2\right)-\left(\tfrac{1}{3}-2x^2\right)\right]dx$

$\displaystyle=\int_0^4\left(\tfrac{7}{3}-2x^2\right)dx$

$\displaystyle=\left(\tfrac{7}{3}x-\tfrac{2}{3}x^3\right)\Big|_0^4$

$\displaystyle=\frac{28}{3}-\frac{128}{3}=-\frac{100}{3}$

2)



$\displaystyle\int_0^2\int_y^2 y\sqrt{1+x^3}\,dx\,dy$

$\displaystyle=\int_0^2\int_0^x y\sqrt{1+x^3}\,dy\,dx$

$\displaystyle=\int_0^2\sqrt{1+x^3}\left(\tfrac{1}{2}y^2\right)\Big|_0^x\,dx$

$\displaystyle=\frac{1}{2}\int_0^2 x^2\sqrt{1+x^3}\,dx$

$u:=1+x^3 \quad . \quad \frac{du}{3}=x^2dx$

Si $x\to 2 \rightarrow u\to 9$

si $x\to 0 \rightarrow u\to 1$

$\displaystyle=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\int_1^9 u^{1/2}\,du$

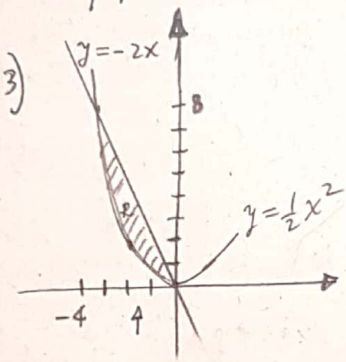
$\displaystyle=\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}u^{3/2}\Big|_1^9$

$\displaystyle=\frac{1}{9}\left(9^{3/2}-1^{3/2}\right)$

$\displaystyle=\frac{1}{9}(27-1)$

$=26/9$

3)



$\displaystyle\text{área}=\int_{-4}^{0}\int_{\frac{1}{2}x^2}^{-2x}dy\,dx$

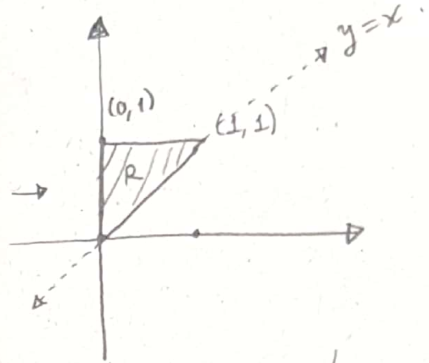
$\displaystyle=\int_{-4}^{0}\left(-2x-\tfrac{1}{2}x^2\right)dx$

$\displaystyle=\left(-x^2-\tfrac{1}{6}x^3\right)\Big|_{-4}^{0}$

$\displaystyle=16-\frac{64}{6}$

$\displaystyle=\frac{16}{3}$

4)



área de $R=\dfrac{1\times 1}{2}=1/2$

Por otra parte,

$\displaystyle\iint_R e^{y^2}dA=\int_0^1\int_0^y e^{y^2}dx\,dy$

$\displaystyle=\int_0^1 e^{y^2}(x)\Big|_0^y\,dy$

$\displaystyle=\int_0^1 y\,e^{y^2}dy$

$\displaystyle=\frac{1}{2}e^{y^2}\Big|_0^1$

$\displaystyle=\frac{1}{2}(e-1)$

Luego,

Valor promedio $=\dfrac{1}{1/2}\cdot\dfrac{1}{2}(e-1)$

$=e-1.$

Scanned by CamScanner

UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC
Fila A
Abril 21 de 2018

Nombre completo:____________________ Código:________________

1. **[10 pts]** Evalúe la integral

$$\int_1^2 \int_0^4 (x^2 - 2y^2)\, dxdy.$$

---

2. **[15 pts]** Dibuje la región R determinada por la integral doble dada. Después cambie el orden de integración y luego calcule esta nueva integral.

$$\int_0^2 \int_x^2 x\sqrt{1+y^3}\, dydx.$$

---

3. **[10 pts]** Use una integral doble para determinar el área de la región R limitada por $y = \frac{1}{2}x^2$ y $y = 2x$.

---

4. **[15 pts]** Calcule el valor promedio de la función $f(x, y) = e^{x^2}$ sobre la región triangular R determinada por el triángulo con vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(1, 1)$.

Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solución parcial III
Cálculo III (ANEC) - 2018.10
fila A

1) $\int_1^2\int_0^4 (x^2-2y^2)\,dx\,dy$

$= \int_1^2 \left(\frac{1}{3}x^3 - 2xy^2\right)\Big|_0^4 dy$

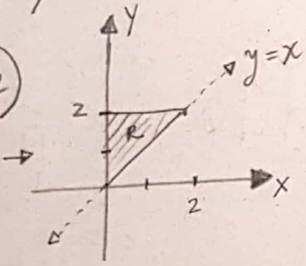
$= \int_1^2 \left(\frac{64}{3} - 8y^2\right) dy$

$= \left(\frac{64}{3}y - \frac{8}{3}y^3\right)\Big|_1^2$

$= \left(\frac{128}{3} - \frac{64}{3}\right) - \left(\frac{64}{3} - \frac{8}{3}\right)$

$= 8/3$

2)



$\int_0^2\int_x^2 x\sqrt{1+y^3}\,dy\,dx$

$= \int_0^2\int_0^y x\sqrt{1+y^3}\,dx\,dy$

$= \int_0^2 \sqrt{1+y^3}\left(\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^y dy$

$= \frac{1}{2}\int_0^2 y^2\sqrt{1+y^3}\,dy$

$u := 1+y^3 \qquad \frac{du}{3} = y^2 dy$

si $y \to 2 \Rightarrow u \to 9$

si $y \to 0 \Rightarrow u \to 1$

$= \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\int_1^9 u^{1/2}\,du$

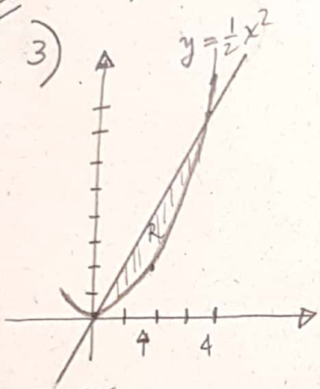
$= \frac{1}{6}\cdot\frac{2}{3}u^{3/2}\Big|_1^9$

$= \frac{1}{9}\left(9^{3/2} - 1^{3/2}\right)$

$= \frac{1}{9}(27-1)$

$= 26/9$

3)



$\text{área} = \int_0^4\int_{\frac{1}{2}x^2}^{2x} dy\,dx$

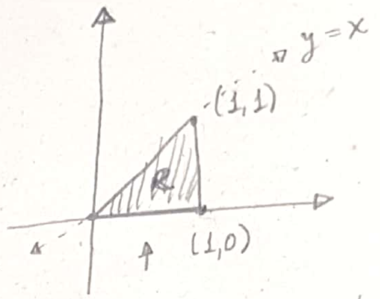
$= \int_0^4 \left(2x - \frac{1}{2}x^2\right) dx$

$= \left(x^2 - \frac{1}{6}x^3\right)\Big|_0^4$

$= 16 - \frac{32}{3}$

$= 16/3$

4)



área de $R = \frac{1\times 1}{2} = 1/2$

Por otra parte,

$\iint_R e^{x^2}\,dA = \int_0^1\int_0^x e^{x^2}\,dy\,dx$

$= \int_0^1 e^{x^2}(y)\Big|_0^x dx$

$= \int_0^1 x e^{x^2}\,dx$

$= \frac{1}{2}e^{x^2}\Big|_0^1$

$= \frac{1}{2}(e-1)$

Luego,

$\text{Valor promedio} = \frac{1}{1/2}\cdot\frac{1}{2}(e-1)$

$= e-1.$

Scanned by CamScanner