Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201830
Fila A
Octubre 20 de 2018

Nombre completo:____________________Código:____________________

1. **[15 pts]** Calcule la integral dada.

   (a) [8 pts] $\displaystyle\int_0^1 \int_1^3 \frac{2xy}{x^2+1}\, dydx.$

   (b) [7 pts] $\displaystyle\int_0^2 \int_{-1}^1 3y^2\sqrt{1+y^3}\, dxdy.$

---

2. **[10 pts]** Considere la integral

$$\int_0^1 \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)\, dxdy.$$

   (a) [6 pts] Dibuje la región de integración.

   (b) [4 pts] Plantee una integral equivalente con el orden de integración invertido.

---

3. **[15 pts]** Use una integral doble para calcular el área del triángulo con vértices $(-1,0)$, $(0,4)$ y $(0,2)$.

---

4. **[10 pts]** Encuentre el valor promedio de la función

$$f(x,y) = ye^{xy}$$

sobre la región $R: 0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2$.

Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario Parcial III

fila A

①

a) $\displaystyle\int_0^1\int_1^3 \frac{2xy}{x^2+1}\,dy\,dx = 4\ln 2$

$\approx 2{,}77$

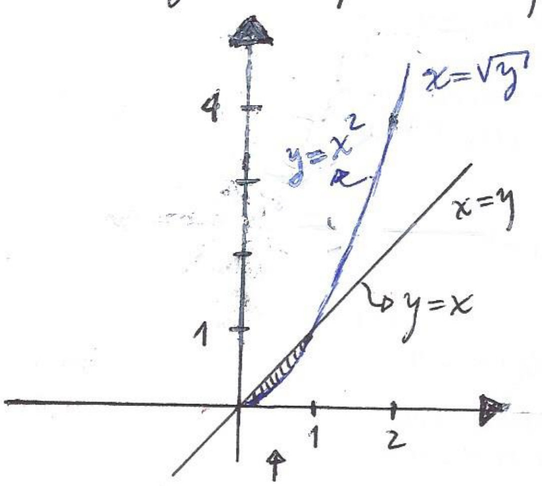
b) $\displaystyle\int_0^2\int_{-1}^1 3y^2\sqrt{1+y^3}\,dx\,dy = \frac{104}{3}$

$\approx 34{,}6$

②

a) la región de integración es

$R:\ y \le x \le \sqrt{y} \ \wedge\ 0 \le y \le 1$

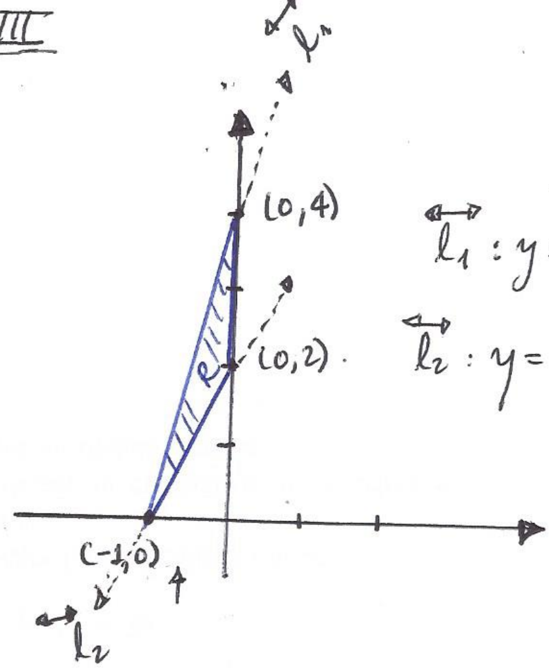


b) $R:\ 0 \le x \le 1 \ \wedge\ x^2 \le y \le x.$

$\displaystyle\Rightarrow \int_0^1\int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx\,dy$

$\displaystyle= \int_0^1\int_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy\,dx$

③



$\overleftrightarrow{l_1}: y = 4x+4.$

$\overleftrightarrow{l_2}: y = 2x+2.$

$\displaystyle\text{área } R = \int_{-1}^0\int_{2x+2}^{4x+4} dy\,dx = 1$

④ $\displaystyle\text{Valor promedio} = \frac{1}{\text{area } R}\iint_R f(x,y)\,dA.$

i) $\text{área } R = 1\cdot 2 = 2$

ii) $\displaystyle\iint_R f(x,y)\,dA = \int_0^2\int_0^1 y e^{xy}\,dx\,dy$

$\displaystyle= \int_0^2\left[y\int_0^1 e^{xy}\,dx\right]dy$

$\displaystyle= \int_0^2 y\left(\frac{1}{y}e^{xy}\Big|_0^1\right)dy$

$\displaystyle= \int_0^2 (e^y - 1)\,dy$

$= (e^y - y)\Big|_0^2$

$= (e^2 - 2) - (1 - 0)$

$= e^2 - 3. \Rightarrow \text{Valor promedio} = \dfrac{e^2-3}{2}$

Departamento de Matemáticas y Estadística
Tercer parcial de Cálculo III ANEC 201830
Fila B
Octubre 20 de 2018

Nombre completo:______________________________Código:______________________________

1. **[15 pts]** Calcule la integral dada.
   (a) [8 pts] $\displaystyle\int_0^1\int_3^5 \frac{2xy}{y^2+1}\,dxdy.$
   (b) [7 pts] $\displaystyle\int_0^2\int_{-4}^4 3x^2\sqrt{1+x^3}\,dydx.$

---

2. **[10 pts]** Considere la integral
$$\int_0^1\int_{x^2}^{x} f(x,y)\,dydx.$$
   (a) [6 pts] Dibuje la región de integración.
   (b) [4 pts] Plantee una integral equivalente con el orden de integración invertido.

---

3. **[15 pts]** Use una integral doble para calcular el área del triángulo con vértices $(-2,0)$, $(0,4)$ y $(1,0)$.

---

4. **[10 pts]** Encuentre el valor promedio de la función
$$f(x,y) = xe^{xy}$$
sobre la región $R: 0\le x\le 2, 0\le y\le 1$.

Tiempo máximo: 90 minutos.

Importante: Cualquier manipulación durante el examen de celulares, relojes inteligentes o dispositivos móviles en general, será causal de anulación del examen al ser considerado intento de fraude!

Solucionario Parcial III

fila B

①

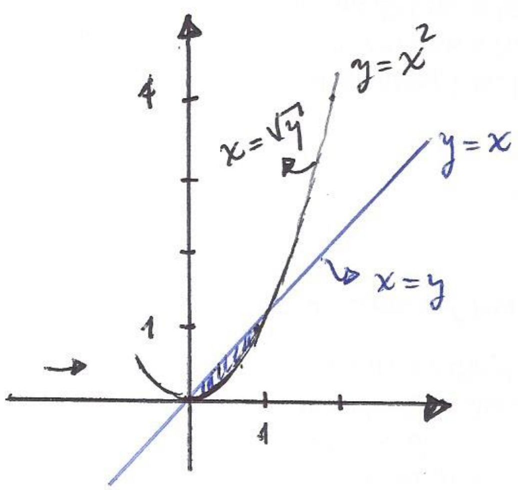
a) $\displaystyle\int_0^1\int_3^5 \frac{2xy}{y^2+1}\,dx\,dy = 8\ln 2 \approx 5{,}54$

b) $\displaystyle\int_0^2\int_{-4}^4 3x^2\sqrt{1+x^3}\,dy\,dx = \frac{416}{3} \approx 138{,}6$

②

a) La región de integración es

$R: 0\le x\le 1 \wedge x^2\le y\le x$

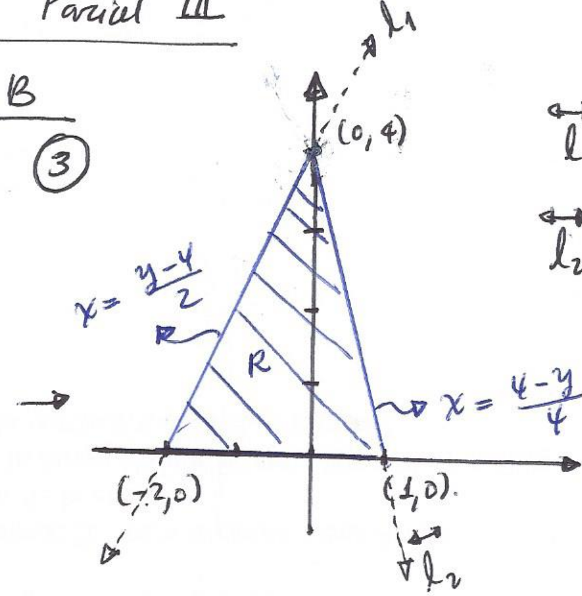


b) $R: y\le x\le\sqrt{y} \wedge 0\le y\le 1$

$\Rightarrow \displaystyle\int_0^1\int_{x^2}^x f(x,y)\,dy\,dx$

$= \displaystyle\int_0^1\int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)\,dx\,dy$

③



$\overleftrightarrow{l_1}: y=2x+4$

$\overleftrightarrow{l_2}: y=-4x+4$

$\text{área } R = \displaystyle\int_0^4\int_{\frac{y}{2}-2}^{1-\frac{y}{4}} dx\,dy = 6$

④ Valor promedio $= \dfrac{1}{\text{area}R}\displaystyle\iint_R f(x,y)\,dA$

i) área $R = 2\cdot 1 = 2$

ii) $\displaystyle\iint_R f(x,y)\,dA = \int_0^2\int_0^1 xe^{xy}\,dy\,dx$

$= \displaystyle\int_0^2\left[x\int_0^1 e^{xy}\,dy\right]dx$

$= \displaystyle\int_0^2 x\left(\frac{1}{x}e^{xy}\right)\Big|_0^1 dx$

$= \displaystyle\int_0^2 (e^x-1)\,dx$

$= (e^x-x)\Big|_0^2$

$= (e^2-2)-(1-0)$

$= e^2-3 \Rightarrow$ Valor promedio $= \dfrac{e^2-3}{2}$.