UNIVERSIDAD DEL NORTE
División de Ciencias Básicas. Departamento de Matemáticas.
Primer parcial de Algebra Lineal. 1031-60 Septiembre 4 de 2017
M. Sc. Sebastián Castañeda H
A

I. En cada caso escoja la (única) opción correcta. N.A significa "ninguna de las anteriores".

1. Una ecuación equivalente a $2x - y = 5$ (en $\mathbb{R}^2$) es:
   (a) $2ax - ay = 5a$, con $a \in \mathbb{R}$. (b) $2x^2 - xy = 5x$, $x \neq 0$. •(c) $(2x - y - 5)^2 = 0$. (d)N.A.
   (**Justificación:** Claramente $2x - y = 5$ y $2x - y - 5 = 0$ son equivalentes. Por otra parte, si (u, v) es solución de $(2x - y - 5)^2 = 0$, entonces $(2u - v - 5)^2 = 0$ y sacando raíz cuadrada se tiene $2u - v - 5 = 0$. Recíprocamente, si $2u - v - 5 = 0$, entonces $(2u - v - 5)^2 = 0$, por lo que $2x - y - 5 = 0$ y $(2x - y - 5)^2 = 0$ son equivalentes.)

2. El conjunto solución de $2x + 3y = 6$, en $\mathbb{R}^2$, es:
   (a) $S = \{(0, 2)\}$. (b) $S = \{\left(3 - \frac{3}{2}t, t\right)\}$. •(c) $S = \{(t, 2 - \frac{2}{3}t) | t \in \mathbb{R}\}$. (d) N.A.
   (**Justificación:** Despejando y se tiene $y = \frac{6-2x}{3} = 2 - \frac{2}{3}x$, haciendo $x = t$ se obtiene el conjunto solución como en la opción (c).)

3. Si la matriz ampliada de un sistema lineal $n \times n$ tiene un renglón nulo, entonces el sistema
   (a) tiene infinitas soluciones. •(b) no tiene única solución. (c) es inconsistente. (d) N.A.
   (**Justificación:** Puesto que el sistema es cuadrado y la f.e tiene un renglón nulo, el sistema es equivalente a un sistema con $n - 1$ ecuaciones y n variables, el cual no puede tenr solución única pues el número de ecuaciones es menor que el de variables.)

4. Si $(a, a + 1, -a)$ es una solución de $x + y + z = 5$, entonces
   (a) $a = 5$. •(b) $a = 4$. (c) $a = 3$ (d) N.A.
   (**Justificación.** Puesto que $(a, a + 1, -a)$ es solución de $x + y + z = 5$ se debe cumplir que $a + (a + 1) - a = 5$; es decir $a + 1 = 5$, luego $a = 4$.)

5. Si el sistema con matriz ampliada $\left(\begin{array}{cc|c} \lambda & 5 & \lambda \\ \lambda & \lambda+1 & 2 \end{array}\right)$ es inconsistente, entonces
   (a) $\lambda = 0$. (b) $\lambda = -1$. (c) $\lambda = 4$. •(d) N.A.
   (**Justificación.** Si el sistema es inconsistente entonces no tiene solución única por lo que $\begin{vmatrix} \lambda & 5 \\ \lambda & \lambda+1 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 4\lambda = \lambda(\lambda - 4) = 0$. Luego $\lambda = 0$ o $\lambda = 4$. Reemplazando en el sistema se tiene que en ambos caso el sistema es inconsistente, por lo que no se puede afirmar que λ tome solo el valor 4 o el valor 0.)

II. Resuelva el sistema (en $\mathbb{R}^4$):

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 18x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 17x_4 &= -1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 24x_4 &= 1 \end{cases}$$

III. En cada caso utilice, si es aplicable, la regla de Cramer para resolver el sistema dado. Si no es aplicable indique, justificando su respuesta, si el sistema es inconsistente o tiene infinitas soluciones.

(a) $\begin{cases} x + 2y &= 5 \\ 2x - 3y &= -4 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x + 3y &= 6 \\ 4x + 6y &= 5 \end{cases}$

Valoración: I: 2.0, II y III: 1.5 cada uno.
Tiempo máximo: 50 minutos.

UNIVERSIDAD DEL NORTE
División de Ciencias Básicas. Departamento de Matemáticas.
Primer parcial de Algebra Lineal. 1031-60 Septiembre 4 de 2017
M. Sc. Sebastián Castañeda H
B

I. En cada caso escoja la (única) opción correcta. N.A significa "ninguna de las anteriores".

1. Una ecuación equivalente a $2x - y = 5$ (en $\mathbb{R}^2$) es:
   (a) $2ax - ay = 5a$, con $a \in \mathbb{R}$. •(b) $(2x - y - 5)^2 = 0$. (c) $2x^2 - xy = 5x$, $x \neq 0$. (d)N.A.

2. El conjunto solución de $2x + 3y = 6$, en $\mathbb{R}^2$, es:
   (a) $S = \{(3, 0)\}$. (b) $S = \{(3 - \frac{3}{2}t, t)\}$. •(c) $S = \{(t, 2 - \frac{2}{3}t) | t \in \mathbb{R}\}$. (d) N.A.

3. Si la matriz ampliada de un sistema lineal $n \times n$ tiene un renglón nulo, entonces el sistema
   (a) tiene infinitas soluciones. (b) es inconsistente. •(c) no tiene única solución. (d) N.A.

4. Si $(a, a+1, -a)$ es una solución de $x + y + z = 4$, entonces
   (a) $a = 5$. (b) $a = 4$. •(c) $a = 3$ (d) N.A.

5. Si el sistema con matriz ampliada $\left(\begin{array}{cc|c} \lambda & 5 & \lambda \\ \lambda & \lambda+1 & 2 \end{array}\right)$ es inconsistente, entonces
   (a) $\lambda = 0$. (b) $\lambda = 4$. (c) $\lambda = -1$. •(d) N.A.

II. Resuelva el sistema (en $\mathbb{R}^4$):

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 17x_4 &= -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 18x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 24x_4 &= 1 \end{cases}$$

III. En cada caso utilice, si es aplicable, la regla de Cramer para resolver el sistema dado. Si no es aplicable indique, justificando su respuesta, si el sistema es inconsistente o tiene infinitas soluciones.

(a) $\begin{cases} x + 2y &= 8 \\ 2x - 3y &= -5 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x + 3y &= 6 \\ 4x + 6y &= 12 \end{cases}$

Valoración: I: 2.0, II y III: 1.5 cada uno.
Tiempo máximo: 50 minutos.