UNIVERSIDAD DEL NORTE.
Departamento de Matemáticas y Estadística.
Examen final de Algebra Lineal.
A

Nombre	Profesor

Observaciones.

Responda el punto I en la hoja de preguntas. No requiere justificación.
En los puntos II y III justifique sus procedimientos.
Valoración: Punto I (2.0/5.0), puntos II y III (1.5/5.0 cada uno.)
No está permitido el uso de dispositivos electrónicos como celulares, audífonos, relojes y calculadoras.
No hay preguntas.
Tiempo máximo: 1 hora 30 minutos.

I. En cada caso, elija (marque con X o encierre en un círculo) la (única) opción correcta. (N.A. es ninguna de las anteriores).

1. El punto $P(-1, 2, -3)$ está en el octante:
   (a) VII (b) $VI.$ (c) $VIII.$ (d) N.A.
2. Los puntos $P(1, 1, 2), Q(2, 1, 3)$ y $R(0, 1, 3)$ son:
   (a) Colineales. (b) No coplanares. (c) Vértices de un triángulo rectángulo. (d) N.A.
3. Una ecuación vectorial para el plano de ecuación cartesiana $x + 2y - 3z = 5$ es:
   (a.) $(x, y, z) = (1 - 2t + 3s, 2 + t, -3 + s)$. (b.) $(x, y, z) = (1 - 2t + 3s, 2 + t, s)$.
   (c.) $(x, y, z) = (5 + t, 2t + s, -3t - s)$. (d.) N.A.
4. Una ecuación para la recta que pasa por $P(1, 1, 2)$ y $Q(-1, 1, 3)$ es:
   (a.) $(x, y, z) = (1, 1, 2) + t(-1, 1, 3)$. (b.) $(x, y, z) = (-1, 1, 3) + t(1, 1, 2)$.
   (c.) $(x, y, z) = (-3 - 2t, 1, 4 + t)$. (d.) N.A.
5. Un punto del plano con ecuación vectorial $(x, y, z) = (2 + t - s, 3 + t - 2s, t - 2s)$ es:
   (a.) $P(2, 2, -1)$. (b.) $Q(1, 1, 1)$. (c.) $R(-1, 2, -3)$. (d.) N.A.
6. El área del triángulo con vértices en $P(1, 3), Q(3, 1)$ y $R(5, 4)$ es:
   (a.) 5. (b.) 4 (c.) 2. (d.) N.A.
7. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, un vector propio de A es:
   (a) $(3, -1)$ (b). $(2, 1)$ (c) $(3, 2)$. (d) N. A.
8. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, el subespacio generado por las columnas de A tiene dimensión:
   (a.) 3. (b) 2. (c). 1. (d.) N.A.

9. Si $S = \{(1,2,3), (-2,-4,-6)\}$, el complemento ortogonal de S tiene dimensión
   (a.) 1 (b.) 2. (c.) 3 (d.) N.A.

10. Si $v = (a, b) \neq (0,0)$, el número de vectores paralelos a v y con la misma norma es
    (a.) 1 (b.) 2 (c.) Infinitos (d.) N.A.

II. Considere los puntos $P(1,2,3), Q(-1,1,5), R(3,4,1)$.

1. Muestre que los puntos dados no son colineales y encuentre una ecuación vectorial y una ecuación cartesiana para el plano único que los contiene.

2. Halle la distancia de P a la recta que pasa por Q y R. Utilice ese resultado para determinar el área del triángulo con vértices en P, Q y R. Halle también el perímetro del triángulo.

III.

1. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$, determine los valores y vectores propios de A. ¿Es A diagonalizable?.

2. Encuentre la dimensión del espacio solución del sistema homogéneo

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 10x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 12x_4 &= 0 \end{cases}$$

Justifique su respuesta.