UNIVERSIDAD DEL NORTE

Departamento de Matemáticas y Estadística

Estadística 1 para Administración

SEGUNDO PARCIAL

Nombre: ____ **Fecha:** ________________

Para cada uno de los siguientes problemas debe mostrar todos sus cálculos. La omisión de los anteriores les restará puntos. No se permite usar el CELULAR durante el examen.

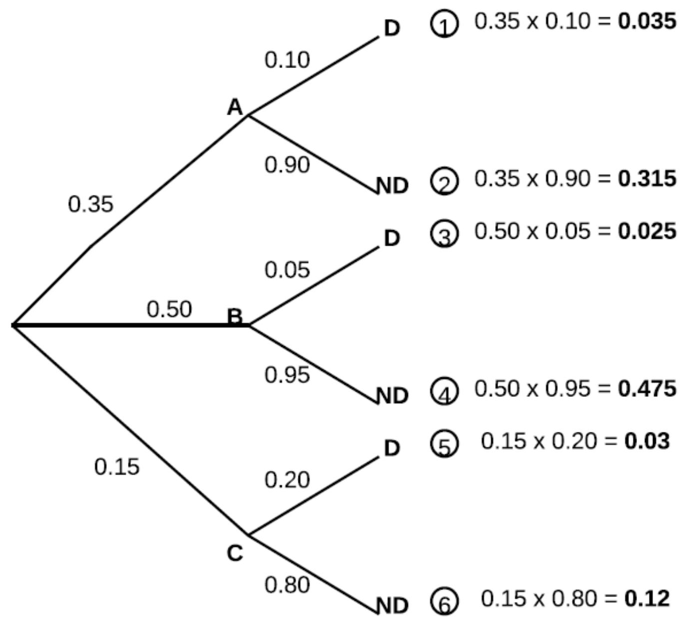
Tiempo: 1 Hora.

1. [6 puntos] Una fábrica tiene tres máquinas para producir bombillas. La máquina A produce el 35% del total de bombillas, la máquina B produce el 50% y la máquina C produce el 15% de las bombillas. Sin embargo, las máquinas no son perfectas, la máquina A daña el 10% de las bombillas que produce. La máquina B daña el 5% y la máquina C daña el 20%.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla elegida al azar no éste dañada?
b. Si se comprueba que una bombilla está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de máquina B?

Solución

A: Bombilla producida máquina A
B: Bombilla producida máquina B
C: Bombilla producida máquina C
D: Bombilla Defectuosa
ND: Bombilla No Defectuosa



a. ¿Cuál es la probabilidad de que la bombilla no éste dañada?
Por teorema de probabilidad total:

$$P(ND) = 0.315 + 0.475 + 0.12 = \mathbf{0.91}$$

b. Si se comprueba que una bombilla está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de máquina B?
Por teorema de Bayes:

$$P(B/D) = \frac{0.025}{0.035 + 0.025 + 0.03} = \mathbf{0.28}$$

2. **[12 puntos]** La probabilidad de que Humberto vea cierto programa de televisión es 0,3 y la probabilidad de que su esposa Grace vea el programa es de 0,6. La probabilidad que Humberto vea el programa sabiendo que Grace lo hace, es de 0.2. Encuentre la probabilidad de que

a. Humberto y Grace vean el programa.
b. Grace vea el programa, si Humberto lo hace.
c. Al menos uno de los dos vea el programa.
d. Humberto vea el programa, pero Grace no.

Solución

A = Humberto ve el programa
B = Grace ve el programa

$P(A) = 0.3$
$P(B) = 0.6$
$P(A/B) = 0.2$

a. $\mathrm{P(A/B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) \rightarrow P(A \cap B) = 0.6 \cdot 0.2 = \mathbf{0.12}$
b. $\mathrm{P(B/A)} = \frac{0.12}{0.3} = \mathbf{0.4}$
c. $\mathrm{P(A \cup B)} = 0.3 + 0.6 - 0.12 = \mathbf{0.78}$
d. $P(A \cap \bar{B}) = P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap \bar{B}) = 0.6 - 0.12 = \mathbf{0.48}$

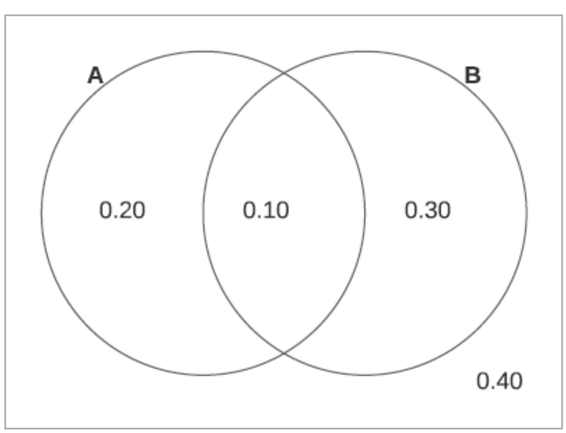
3. **[9 puntos]** El 30% de los estudiantes de un Instituto practica el fútbol, el 40% practica el baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Se elige un estudiante al zar. Calcula:

a. La probabilidad de que no juegue al fútbol ni al baloncesto.
b. Si no juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al baloncesto?
c. ¿Son independientes jugar al fútbol y al baloncesto? Justifique

Solución

A = Practica fútbol
B = Practica baloncesto
$P(A) = 0.30$
$P(B) = 0.40$
$P(A \cap B) = 0.10$

De acuerdo a la información del problema, se construye el Diagrama de Venn



a. $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.60 = \mathbf{0.40}$ **(se aplicó leyes de Morgan)**

b. $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\cap\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B)-P(B\cap A)}{P(\bar{A})} = \frac{0.30}{0.70} = \mathbf{0.43}$

c. Si se cumple que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, entonces los eventoas A y B son independientes entre sí.

$P(A \cap B) = \mathbf{0.10}$

$P(A) \cdot P(B) = 0.30 \cdot 0.40 = \mathbf{0.12}$

Por lo tanto, como $0.10 \neq 0.12$, entonces los eventos A y B son independientes.

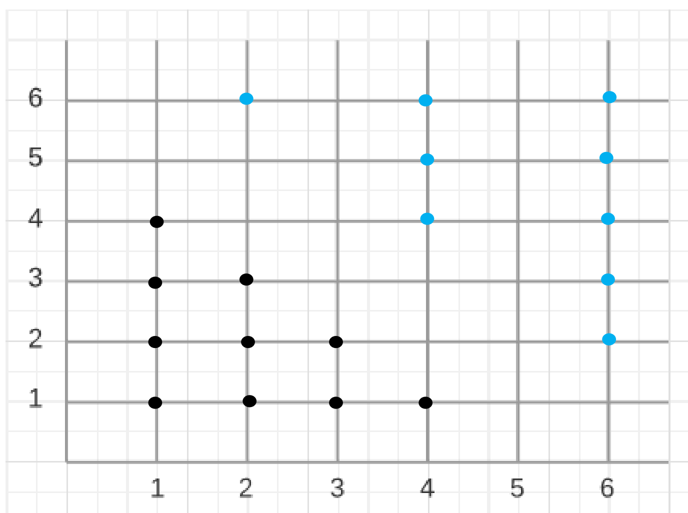
4. [6 puntos] Se hace rodar dos dados a una mesa al mismo tiempo, y se considera la suma de los puntos obtenidos en ambos lanzamientos. En donde se pide calcular:

a. La probabilidad de que la suma sea menor o igual a 5.

b. La probabilidad de que la suma sea mayor que 7, si el primer dado es un número par.

Solución

En primera instancia se construye un diagrama de mallas, como ilustración del problema:



a. La probabilidad de que la suma de los dados (denotada por S= D1+D2) sea menor o igual a 5.

Se tiene en cuenta la cantidad de puntos en **negritas** de acuerdo al diagrama de mallas.

$$P(S \leq 5) = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{36}} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{18}} = \mathbf{0.28}$$

b. La probabilidad de que la suma sea mayor que 7, si el primer dado es un número par.

Se tiene en cuenta la cantidad de puntos azules de acuerdo al diagrama de mallas donde la primera componente es par.

$$P(S > 7|\, D1\ es\ par) = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{18}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0.5}$$